

NATALIA KARLSSON

Didaktik, teori och praktik i grundskolans matematik- undervisning: Geometri, sannolikhetslära och matematisk modellering

Resultat av en forskningsförstudie

WORKING PAPER 2012:1

Didaktik, teori och praktik i grundskolans
matematikundervisning: Geometri,
sannolikhetslära och matematisk modellering

Resultat av en forskningsförstudie

Natalia Karlsson

Innehåll

Förord.....	3
Bakgrund.....	4
Sammanfattning.....	4
Kortfattad beskrivning av teori och metod	4
Resultat	5
Lgr 11 och LPP i matematikundervisningen	6
Centrala områden i skolans matematik, Lgr11, läroböcker och nationella prov	6
Lokala pedagogiska planeringar (LPP).....	8
Lärares behov i forskningsstöd och handledning i matematik	8
Slutsatser	9
Referenser.....	10
Bilaga 1. Beskrivning av resultaten av enkäten	14
Bilaga 2. Önskemål om forskningsbaserad handledning i matematik i Järfälla kommun	18
Bilaga 3. Ett exempel på vikten av lokal planering.....	20

Förord

Under hösten 2011 har det utförts en forskningsförstudie vid Södertörns högskola i samverkan med Järfälla kommun. Fokus för denna studie har varit didaktik och ämnesteorier i grundskolans matematikundervisning. Forskningsförstudien har haft en skolnära inriktning och har handlat om kvalitetsredovisning och undervisning i matematik i årskurserna 6-9. En analys av resultaten visar på behovet av matematikdidaktisk forskningshjälp och utvecklingsstöd i dagens skola, inte minst när det gäller att skapa och säkerställa en kontinuitet i elevers matematikutveckling.

Forskningsförstudien har finansierats av lärarutbildningen vid Södertörns högskola med docent Natalia Karlsson som projektledare.

Ett stort tack till kommunen, skolledare och matematikutvecklare i kommunen och då speciellt till Kennet Andersson, Agneta Landin och Bi Winberg samt till Gabriella Vuorenlinna kontaktperson/-utvecklingsledare i Järfälla kommun.

Bakgrund

Den här förstudien ingår som en del i ett projekt som avser att förbereda en forskningsgrund till ett större projekt och såväl förstudien som själva forskningsprojektet kommer att ha en praxisnära karaktär och bygga på såväl aktuell nationell- och internationell didaktisk forskning som pågående utvecklingsarbeten i matematik i Järfälla kommun.

Förstudien har utförts på fem högstadieskolor i Järfälla kommun. Forskningsområdet är matematisk modellering och skolans matematik, ett samspel mellan ämnesteorin i matematik och didaktisk ämnesteorin i matematik. Syftet med studien, liksom med det större projektet är, att mot bakgrund av nationell och internationell forskning och kunskapsmätning, studera och förnya matematikundervisningen i årskurserna 6-9 med fokus på en ny läroplan, Lgr11, lokal planering samt användning av läromedel.

Resultat av arbetet kommer att användas som en grund till den fullständiga forskningsansökan som ska finansiera forskningsprojektet. Den praxisnära forskning som planeras avser att studera undervisningen i matematik i årskurserna 6-9 och behandla de centrala områdena Taluppfattning och tals användning, Geometri, Statistik och sannolikhetslära samt Problemlösning, det senare med inriktning mot matematisk modellering.

En analys av resultaten visar på behovet av matematikdidaktisk forskningshjälp och utvecklingsstöd i dagens skola, inte minst när det gäller att skapa och säkerställa en kontinuitet i elevers matematikutveckling.

Sammanfattning

Analys av de preliminära data och samtal med matematikutvecklare, liksom studier av resultaten på nationella prov och diagnoser, visar på att det inom skolorna saknas viktiga lärarkunskaper. Det saknas till exempel kunskaper om hur man kan planera och undervisa om ett väl strukturerat matematikinnehåll utgående från Lgr 11 samt hur en kunskapsuppföljning och en återkoppling i form av IUP kan ske. Det handlar också kunskaper om hur man kan analysera läroböcker i matematik och komplettera deras innehåll för att nå uppställda mål, liksom om hur man kan ge eleverna en mer varierande och laborativt inriktad matematikundervisning med avsikt att utveckla deras förmågor.

En orsak till ovan nämnda brister kan härledas till att det saknas en integration mellan matematikdidaktisk forskning och motsvarande praxis i klassrummet. Lärarna får därmed inte det stöd som krävs för att systematisera sina egen kunskaper i matematik, att förnya dem och anpassa dem till nya kursplaner och nya reformer inom skolans område. Detta är inte minst tydligt på högstadiet, där undervisningen oftast är mycket traditionell och inriktad mot formler. Samtidigt saknar många elever förmågan att förstå viktiga matematiska sammanhang och konstruktioner samt att vid problemlösning, med hjälp av enkla matematiska modeller, tillämpa, analysera och diskutera matematiska lösningar och metoder.

Syftet med den här praxisnära förstudien är att få perspektiv på svensk skola och svensk matematikundervisning i relation till svensk och internationell matematikdidaktisk forskning och utvecklingsarbete. Projektet avse att ge en helhetssyn på matematikundervisningen. Målet är att efter studien kunna beskriva relationerna mellan kursplanens mål, lokal planering, läromedlen och de nationella proven i matematikundervisningsprocessen. Genom att på det här sättet kartlägga existerande brister i skolorna blir det möjligt att utgående från modern matematikdidaktisk forskning och beprövad erfarenhet, anpassa en kompetensutveckling av lärare till skolornas reella behov.

Kortfattad beskrivning av teori och metod

En viktig grund för projektet är läroplansteori såsom ramfaktorteori enligt Dahllöf (1967) och Lundgren (1972), och dess tillämpningar inom ämnet matematik som beskrivits av Hanley & Torrance (2011) och

Kilborn (1979, 1992, 1999, 2007, 2011). Ramfaktorteorin är ett forskningsverktyg som ger en helhetsbild av undervisningen, från rådande politiska idéer och kursplaner till undervisningens ramar, dess inverkan på undervisningsprocessen och resultaten av undervisningen. Ramfaktorteorin ger således en helhetsbild av skolan som system. När man studerar undervisningsprocessen eller resultaten av en summativ eller formativ bedömning kan dessa resultat inte bedömas isolerade från övriga faktorer i ramfaktorteorin. Om resultat av undervisningen inte uppfyller kursplanens krav, så behöver detta inte bero på brister i undervisningsprocessen utan kan istället bero på bristande resurser eller en mindre bra utformad lokal eller nationell planering.

När det gäller studier av undervisningsprocessen utgår jag från Lundgren (1972), Kilborn (1979, 2011) och Hopkins (2008) och när det gäller synen på undervisning från Marton (1986). Speciellt Kilborns klassrumsstudier med fokus på ett ämnesinnehåll och med mikrofon på läraren är intressanta, liksom hans beskrivningar av resultaten såväl ur lärarens som ur den enskilde elevens perspektiv.

Eftersom som fokus ligger på ämnet matematik och praxisnära teorier för undervisning krävs det en didaktisk ämnesteorier för matematik såsom den beskrivits av Kilborn (1979, 1992, 1999, 2007, 2011) och tillämpats av Blomhøj (1993, 2003, 2007), Chinnappan (2010) och Ärlebäck (2010). Dessa teorier ligger nära de teorier som beskrivs som PCK, Pedagogical Content Knowledge och Teachers Mathematical Content Knowledge av Ma (1999), Ball (2000), Ball & Bass (2000, 2003, 2009), Bass, Sleep, Lewis & Phelps (2009). En viktig aspekt av PCK lyft fram av Chick, Pham & Baker (2006) som beskriver lärares matematiska kompetenser som viktiga framgångsfaktorer i skolans matematikundervisning. De framhåller vikten av en djup förståelse av grundläggande matematik, som bakgrund för att kunna identifiera viktiga matematiska komponenter inom ett begrepp, förmågan att tillämpa begreppet samt att se sambandet mellan matematiska begrepp och matematiska metoder vid problemlösning.

Forskningen om Mathematics Content Knowledge omfattar tre områden: Common Content Knowledge, Specialized Content Knowledge and Horizon Content Knowledge Ball, Thames & Phelps (2008). De tre områdena handlar om ett samspel mellan ämnesteorier i matematik och skolans matematik (didaktisk ämnesteorier i matematik), hur barn bygger upp egen kunskap och hur matematiska idéer i matematik utformas i skolans matematik med utgångspunkt i läroplanen.

För att studera den speciella matematik som undervisas i skolan utgår jag från ”The Centrality of the Teacher in Mathematics Education”, Way, Anderson, & Bobis, (2011), Ball (1988), Foucault (1995) och Zaskis, Leikin & Chavoshi Jolfaee (2011).

En central del av projektet är matematisk modellering i skolan och jag utgår där från modellerings-teorier enligt Blumm. fl, (2003), Blomhøj & Højgaard Jensen (2003), Van den Heuvel-Panhuizen (2003), Hamilton (2007), Stillman, Brown & Galbraith (2010), Zawojewski (2010), Lingefjärd & Meier (2010), Yoon, Dreyfus & Thomas (2010) samt Arnold (1998).

För att utföra forskningsförstudien användes data från en lärarenkät och samtal med matematikutvecklare på skolorna i relation till Lgr 11, samt skolornas LPP, elevernas resultat på de nationella proven samt diskussioner om innehållet i matematikundervisningen. Fokus i enkät och diskussioner ligger på de centrala områdena Taluppfattning och tals användning, Geometri, Sannolikhet och Problemlösning samt lärares uppfattning av, och användning av, enkla matematiska modeller i undervisningen. Resultatet av enkäten beskrivs i bilaga 1. Data från enkät och diskussioner har analyserats utgående såväl en ramfaktorteori som en matematikdidaktisk ämnesteorier (PCK). Fokus har varit på lärarnas uppfattning av den matematik som förekommer i deras matematikundervisning i relation till Lgr11 och vilken progression som gäller i skolans matematikundervisning. Frågorna på enkäten och en sammanställning av svaren finns i bilaga 1. I bilaga 2 finns dessutom en sammanställning av lärarnas syn på vilken typ av forskningshandledning i matematik de anser sig behöva på respektive skola.

Resultat

Resultat av forskningsförstudien bygger på data från den enkät som beskrivs i bilaga 1, samtal med matematikutvecklare och skollärare på skolorna om skolornas lokala pedagogiska planeringar och resultat på de nationella proven (våren 2011). Detta relateras i sin tur till de läromedel som använts i matematikundervisningen samt lärarnas skriftliga beskrivning av vilka behov av stöd och forskningshjälp de anser sig behöva för att höja kvaliteten på matematikundervisningen och i anslutning till detta vilken typ av handledning de förväntar sig i samband med ett forsknings- och utvecklingsarbete. De här

resultaten har analyserats i relation till nationell och internationell forskning i matematikdidaktik. Här redovisas nu några av resultaten från förstudien.

Lgr 11 och LPP i matematikundervisningen

Analysen av svaren från enkäten och samtalen med matematikutvecklare på skolorna visar att 44 procent av lärarna inte utgår från kursplanen i matematik då de planerar sina lektioner och att 40 procent av lärarna anser att de inte har en tydlig bild av hur de ska tolka Centralt innehåll i kursplanen Lgr11.

Exempel på lärarnas kommentarer:

Är ännu ej tillräckligt inläst i Lgr11.

Jag trodde att jag förstod från början det var som viktiga hållplatser på vägen mot målen men min biträdande rektor har en annan uppfattning att det centrala innehållet inte så viktigt att hänga upp sig på, så nu är jag allmänt förvirrad.

Tveksamt om det är tydligt, annars har jag en bild av det centrala innehållet.

Det är inte så att man kan det utantill, men när man läser läroplanen är det inte så svårt att förstå. Jag kan känna att det skulle vara svårt att förklara vissa begrepp för föräldrar på utvecklingssamtalen.

Mer tid krävs för att tolka & kolla Lgr11 tillsammans med kollegor.

Jag efterlyser tid till att tolka och diskutera mera med mina kollegor.

Jag är inte tvingad eftersom jag inte undervisar årskurs 8. Nästa år bli tufft för då måste man sätta in sig i Lgr11.

Jag tycker att det är vaga formuleringar i Lgr11 ibland.

I stort sett samma innehåll i Lgr11 som tidigare!!!!

Jag har inte tittat på alla moment i Lgr11 pga tidsbrist.

Kan bara Lpo94 därför att jag inte tillämpar Lgr11.

Tolkningen baserar man på tidigare erfarenheter om vad undervisningen ska innehålla, då har man en tydlig bild.

Centrala områden i skolans matematik, Lgr11, läroböcker och nationella prov

26 procent av lärarna menar att det centrala område i kursplanen som är svårast att tolka är problemlösning som i sin tur genomsyrar alla delar av skolans matematik. 16 procent av lärarna menar att orsaken är otydliga samband mellan kursplanen och läromedlen. Ytterligare 16 procent av lärarna framhåller bristen på adekvata lokala pedagogiska planeringar.

Lärarnas kommentarer:

Den är diffus, vad menas med ”vardagliga situationer” och ”enkla matematiska modeller” i Lgr11.

Jag utgick endast från kursplanen. Vi har ännu inte jobbat med sannolikhet men nya läroplanen har sannolikhetsområdet. Känner inte att läromedlen är av någon betydelse för tolkning av det centrala innehållet.

Jag är inte säker på alla begrepp som används i det centrala innehållet till exempel likformig, sannolikhet och kombinatoriska principer”

Jag förstår inte vad alla begrepp i Lgr11 innebär som behandlar sannolikhetslära.

De nationella målen är ganska tydliga. Läroböckerna har inget med detta att göra och är alltså irrelevant för sammanhanget.

Jag hann inte än arbeta med sannolikhetslära och problemlösning .

Centrala områden bedrivs på likadant sätt och ingenting är vare sig svårare eller lättare.

Jag tycker att det är svåra ord i kursplanen”

Jag vet inte.

Fattar inte läroplanens koppling med centrala områden. Vet ej – lika svårt i alla innehållet lätt att tolka ifrån betygskriterierna. Otydligt formulerade kriterier för betyg i Lgr11.

13 procent av lärarna anser att läromedlen styr deras undervisning.

Lärarnas kommentarer:

Varierar beroende på arbetsområde och klassens sammansättning.

Jag använder bl.a. läromedlen då eleverna färdighetstränar sådant vi gått igenom, diskuterat & arbetat med på olika sätt. Annars utgår min undervisning främst utifrån gemensamma genomgång laborativa övningar diskussioner i mindre grupp & tillsammans.

Jag använder till exempel boken för att på många uppgifter om samma sak för att eleverna ska kunna repetera vissa moment många gånger.

Då jag undervisar i flera ämnen så hinner jag tyvärr inte med att göra annat än att utgå ifrån läromedlen.

Jag försöker varva laborationer med språkutveckling. Matematiklektioner där eleverna får diskutera olika lösningar samt elevredovisningar.

Läromedlen styr i vilken ordning vi arbetar med de olika momenten. Sedan försöker jag hitta mer elevnära exempel i mina genomgångar.

Försöker minska dess inflytande. Men vissa elevgrupper är lite negativt inställda till att inte använda läroböcker den hela tiden.

Eleverna känner sig trygga med boken och ser att de kommer framåt. Jag tycker att det är viktigt att variera med mera laborativa övningar för att öka förståelsen.

Läromedlen är grunden.

Läromedlen vi använder ansluter väl till läroplanen och är lätt att använda för att individualisera undervisningen.

Roligare att använda eget material.

Försöker komplettera läroboken med praktiska/laborativa uppgifter. Önskar ha mer tid för att hitta ännu mer andra uppgifter än lärobokens för att motivera eleverna göra tydligare innehållet & skapa diskussioner.

Lärarnas kommentarer till varför de lägger stor vikt på läromedlen i din planering:

Det är praktiskt tidseffektivt att kunna arbeta från början av ett kapitel till slutet av kapitel. Det sparar tid för att eleverna vet vad de ska arbeta med. Det behöver inte diskuteras om vad eleverna ska arbeta med. Bra också när eleverna frånvarande”

Tidsbrist

Det är lättast. Arbetsituationen och stressar gör att man tar läroböcker.

Eleverna jag arbetar med har mycket svårt med att använda sig av varierande läromedel.

Läroböcker är pedagogiska och får med det mesta.

Tiden tillåter inte alltid att göra så stora förändringar.

Jag är van att använda andra medel för lärande än böcker. Böcker kan vara användbara.

Det är enkelt att planera utifrån boken. Det blir också enklare för eleverna att följa bokens ordning. De vet enklare hur de ligger till om de vet på vilken sida de förväntas vara på

Känns som det är svårt att konkretisera som separat delområde – borde integreras mer i övriga delar(taluppfattning).

Lärarnas kommentarer till varför de *inte* lägger stor vikt på läromedlen i din planering:

Matte direkt vänder sig mycket till elever med goda förmågor i matematik. För elever i svårigheter blir det svårt med upplägget i Matte direkt.

Förlitar man sig för mycket på läromedlen är min uppfattning att eleverna kan få en begränsad förståelse för matematiken. De kanske lär sig enbart en metod istället för att få flera olika metoder presenterade för sig. Får eleverna jobba mkt själva i böckerna finns risken att de lär sig räkna ”mekaniskt” utifrån exemplen utan att riktigt förstå vad de gör eller varför de gör på ett visst sätt.

Finns det bra upplägg av de mål som vi kommit överens om i LPP i böcker så använder jag dem men annars utgår jag från målen i LPP och lägga upp lektionerna så att den grupp jag undervisar når målen på bästa sätt.

Jag som lärare kan inte förlita mig på att läromedlensförfattare har full koll på Lgr11 utan jag som lärare måste själv se till att jag undervisar enligt Lgr11.

Läroböckerna är inte skrivna av skolverket utan av fria bokförläggare och är sålunda inget man kan våga lita på fullt ut. Det finns många andra sätt än läroböcker som en elev kan möta för att nå målen”

Läromedlen saknas vissa grundläggande stoff för att bygga upp elevers grund i matematik(årskurs 7).

Jag tycker att böckerna tar upp sakerna i fel ordning och att de inte tar upp allt. Därför är det viktigt att inte begränsa sig till ett enda läromedel utan använda sig av många olika.

Jag använder olika läromedel, nationella proven, samhällsdebatter, tabeller, modeller och vardagssituationer i undervisningen.

Enkäten och samtalet visar att lärarna funderar över och analyserar sitt eget förhållningssätt till läroböcker och hur undervisningen kompletteras med andra hjälpmedel. Många lärare menar att det är svårt att tolka det centrala innehållet i Lgr 11, och att på egen hand analysera läroböckerna och resultaten på de nationella proven. Bristande kunskaper om centrala områden i Lgr11, och mindre bara analyser av läroböckernas innehåll och av elevernas resultat på de nationella proven, leder i sin tur till bristande kontinuitet i matematikundervisningen och därmed problem med att med kontinuitet följa elevernas kunskapsutveckling och utveckla deras förmågor.

Lokala pedagogiska planeringar(LPP)

På en del av skolorna undersökningen har man påbörjat processen med att utforma Lokala Pedagogiska Planeringar (LPP) men det som saknas i deras LPP är ofta en syn på det innehållet som binder samman kunskapskrav, förmågor och centralt innehåll med en hållbar ämnesteor i matematik och didaktisk ämnesteor i.

Det saknas ofta kunskaper om hur kunskapskrav, förmågor och centralt innehåll ska implementeras i praktisk undervisning. Samtidigt saknas det ofta en klar struktur i skolans matematikundervisning, liksom ett samband mellan olika delar av skolans matematik samt hur problemlösning och matematiska modeller binder samman skolans matematikinnehåll.

Lärare saknar ofta kunskaper om betydelsen av grundläggande räknelagar och räkneregler och hur dess länkar samman olika grenar av matematiken och möjliggör generalisering av kunskaperna. Detta är i sin tur en förutsättning för att eleverna ska få kontinuitet i sin kunskapsutveckling. Detta leder samtidigt till svårigheter att utforma adekvata och hållbara LPP.

Lärares behov i forskningsstöd och handledning i matematik

Skolornas ledning och deras matematikutvecklare har visat stort intresse inom det här området och formulerat egna önskemål om handledning i matematik för att höja kvaliteten på matematikundervisningen (se bilaga 2).

Enligt lärarnas synpunkter behöver skolorna hjälp med:

1. forskningsbaserad undervisning.
2. att utforma LPP utgående från Lgr 11.
3. att analysera de nationella proven för att identifiera kunskapsbrister hos eleverna.
4. att utforma matematikundervisning ur ett historiskt perspektiv, såsom hur olika matematiska begrepp uppstått i matematikens historia.
5. att reda ut vilka faktorer som leder till att kvaliteten på matematikundervisningen uppfyller nationella och internationella standarder.
6. integration mellan matematik och andra ämnen.

7. att i matematikundervisningen implementera en kontinuerlig syn på utveckling av matematiska konstruktioner (matematiska modeller), matematiska begrepp, matematisk terminologi, symbolisk matematisk språk i progression mellan olika undervisnings skolans åldersstadium.
8. att utveckla undervisningen inom område som: Talluppfattning, Algebra och Funktionslära (samband och förändring).
9. att skapa en övergång från konkretisering till generalisering och som resultat till abstrakt matematiskt tänkande.
10. att förbättra kunskapsutvecklingen hos ”svaga” elever.

Slutsatser

Den forskningsframställning som kopplas till huvudsyftet av projektet avser att lyfta fram reella problem såsom de beskrivs av skolans lärare. Detta handlar i hög grad om hur man i undervisningen kan lyfta fram ett för eleverna förståeligt och utvecklingsbart ämnesinnehåll. Som en naturlig del av detta avser vi att inom projektets ram planera för en kompetensutveckling på skolorna, direkt kopplat till de reella behov som projektet visat, på inom de centrala områdena Taluppfattning, Algebra, Funktioner och Sannolikhetslära.

Något som saknas i dagens skolor är en helhetsbild av matematikundervisningen i ett F – 10 perspektiv, alltså en hållbar och utvecklingsbar matematikdidaktisk teori som är praktisk tillämpbar i undervisningen och som kan kopplas till läroplan, lokal, planering, nationella prov och användningen av läromedel. Dagens lärare är duktiga på att organsera undervisningen och variera arbetsformer och arbetssätt, men har ofta problem med att strukturera matematikinnehållet och skapa en kontinuitet från förskoleklass till årskurs 9. Mitt intryck är mycket litet av den nationella och internationella forskning i och om matematikämnets didaktik som skett under de senaste årtiondena, har nått fram till skolan och eleverna. Ett exempel på detta är hur många av de ansträngningar som görs för att konkretisera undervisningen sällan leder till en abstraktion som fördjupar elevernas kunnande, vilken i sin tur förhindrar en kunskapsmässig progression.

Referenser

- Arnold, V., I (1998). *The antiscientific revolution and mathematics*. (Talk at the meeting of the Pontifical Academy at Vatican, 26 October 1998, "Changing concepts of nature at the turn of the millennium").
- Arnold, V. I.(1998). *On the teaching of mathematics*. Uspekhi Mat. Nauk 53 (1998), no. 1(319), 229–234; translation in Russian Math. Surveys 53 (1998), no. 1, 229–236.
- Arnold V.I. (2002). *What is mathematics?* Moskva. Centrum för kontinuerlig matematikutbildning.
- Arnold V. I.(2004). "Hårda" och "Mjuka" matematiska modeller: *Matematik och matematikutbildning i den moderna världen*. Moskva. Centrum för kontinuerlig matematikutbildning.
- Alm, Björklund Boistrup, Hallén, Ingemansson, Kjellström, Olofsson & Petterson (2010). *Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik* Stockholm: Elanders AB.
- Ball, D. (1998). *Unlearning to teach mathematics*. For the Learning of Mathematics, 8, 40–48.
- Ball, D. (2000). *Bridging practices: Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach*. Journal of Teacher Education, 51(3), 241–247.
- Ball, D. & Bass, H. (2000). *Interweaving Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach: Knowing and Using Mathematics*. In J. Boaler (Ed.) *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching* (pp. 83-104). Westport: Ablex Publishing.
- Ball, D. & Bass, H. (2000). *Making Believe: The collective construction of public mathematical knowledge in the elementary classroom*. In D. Phillips (Ed.), *Yearbook of National Society for the study of Education, Constructivism in education* (pp. 193-224). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Ball, D. & Bass, H. (2003). *Toward a practice – based theory of mathematics knowledge for teaching*. In B. Davis & e. Simmt (Eds.) proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study group (pp. 3-14). Edmonton: AB: CMESG/GCEDM.
- Ball, D. & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Paper presented at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik. Retrieved 17.10.2010, from http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU2009/Beitraege/Hauptvortraege/BALL_Deborah_BASS_Hyman_2009_Horizon.pdf.
- Bass, H., Sleep,L., Lewis, J. & Phelps, G. (2009) *A practice – based theory of mathematical knowledge for teaching*. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.) Proceedings of the 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 95-98).Thessaloniki, Greece: PME.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of teacher Education 59, 389–407.
- Barnes, M. (2000). "Magical" moments in Mathematics: *Insights into the process of coming to know*. For the learning of Mathematics, 20(1), s. 33-43.
- Bell, K & Norwood, K (2007). *Gender Equity Inersects With Mathematics and Thechnology: Problem- Solving ducation for Changing Times*, I Sadker, D & Silber, E Gender in the classroom Borgersen, T. & Ellingsen, H. (1994). Bildanalys. Lund: Studentlitteratur.
- Blomhøj , M. (1993). *Mathematical modelling in elementary mathematics teaching*. I. J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley & Niss (1993), *Innovation in maths education by modelling and applications* (s. 257-268). London: Ellis Horwood.
- Blomhøj , M & Højgaard Jensen, T. (2003). *Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning*. *Teaching Mathematics ant it applications* 22(3), 123-139.
- Blomhøj , M & Højgaard Jensen, T. (2007). *What's all the fuss about competencies?* In W. Blum, P. Galbraith, H. – W. Henn, & M. Niss (Eds.) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. The 14th ICMI Study (pp. 45–56). New York: Springer.
- Blum, W. m. fl. (2003). ICMI – Study 14. *Application and modelling in mathematics education*. (Specialutgåva av ICMI – Bulletin 2003).
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematik*. Oslo: Læringscenteret.
- Chinnappan, M. (2010). *Cognitive Load and Modelling of an Algebra Problem*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.22 N2. s. 8-24.

- Chick, H., Pham, T. & Baker, M. (2006). *Probing teachers' pedagogical content knowledge: Lessons from the case of the subtraction algorithm*. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen & M. Chinnappan (Eds.) *Identities, cultures and learning spaces* (Proceeding of the 29th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 139–146). Canberra: MERGA.
- Cobb, P. & Jackson, K. (2011). *Towards an Empirically Grounded Theory of Action for Improving the Quality of Mathematics Teaching at Scale*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.13.1. s. 6–34.
- Courant, R. & Robbins, H. (1996). *What is mathematics? An elementary approach to Idea and Method*. Oxford University Press.
- Dahlgren J & Anders & Sumpter, L. (2010) *Children's conceptions about mathematics and mathematics education*. Department of curriculum studies, Uppsala Universitet.
- Dahllöf, U. (1967). *Skoldifferentiering och undervisningsförlopp*. (Göteborg Studies in Educational Sciences 2) Stockholm: Almqvist & Wiksell AB.
- Doverborg, E & Pramling Samuelsson, I. (2000). *Att förstå barns tankar: metodik för barnintervjuer*. Stockholm: Liber AB.
- Foucault, M. (1995). *The arhaology of knowledge*. London: Routledge.
- Hamilton, E. (2007). *What changes are needed in the kind of problem solving situations where mathematical thinking is needed beyond school?* In R. Lesh, E. Hamilton, & J. Kaput (Eds.), *foundations for the future in the mathematics education* (pp. 1-6). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Hanley, U. & Torrance, H. (2011). *Curriculum Innovation: Difference and Resemblance*, Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. Vol. 13.2 s. 67-85.
- Hannula, Markku (2004). *Affect in mathematical thinking and learning*, Doctoral dissertation, University of Turku, Finland.
- Höines, Marit Johnsen (1994). *Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Kristianstad: Kristianstads Boktryckeri AB.
- Hoggins, J. & Bonne, L. (2011). *The Challenge of Sustaining and Scaling up Teacher Professional Learning and development in Mathematics*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V. 13.1. s. 1-6.
- Hopkins, D. (2008). *A Teacher's Guide to Classroom research*. Maidenhead. England: Open University Press.
- Kaput, J. J. (1992). *Teaching and learning a new algebra*. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classroom that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associate.
- Karlsson, N. (2009). *Kvalitetsredovisning och undervisning i matematik*: Masters tesis, Södertörns högskola.
- Koellner, K., Jacobs, J. & Borke, H. (2011). *Mathematics Professional Development: Critical Features for Developing Leadership Skills and Building teachers Capacity*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.13.1. s.115–137.
- Kilborn, W. (1979). *PUMP – projektet, bakgrund och erfarenheter*. SÖ:s rapportserie. Utbildningsforskning. Liber Utbildningsförlaget.
- Kilborn, W (2007). *Didaktisk ämne-teori i matematik. Del 1: Grundläggande aritmetik*. Liber AB.
- Kilborn, W (1999). *Didaktisk ämne-teori i matematik. Del 2: rationella och irrationella tal*. Liber ekonomi.
- Kilborn, W (1992). *Didaktisk ämne-teori i matematik. Del 3: Mätning, Geometri, Funktioner, Sannolikhetslära och Statistik*. Almqvist & Wiksell Förlag AB.
- Kilborn, W. (2011). "Om curricula and teaching process" i Emanuelsson, J. & Fainsilber, L & Häggström, J. & and Kullberg, A. & Lindström, B, & Löwing, M. (red.) *Voices on learning and instruction in mathematics*. NCM. S. 143–158.
- Kilborn, W. (2011), "On diagnostic test and arithmetic skills" i Emanuelsson, J. & Fainsilber, L & Häggström, J. & and Kullberg, A. & Lindström, B, & Löwing, M. (red.) *Voices on learning and instruction in mathematics*. NCM. S. 159–175.
- Kilpatrick, J. (1993). "Beyond Face Value: Assessing Reseach in mathematics Education" in G. Nissen & M. Blomhoj(eds.) *Criteria för Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics*, Danish Research Council for the Humanities. Roskilde, 15-34.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: legimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Lindfjärd, T. & Meier, S. (2010). *Teachers as Managers of the Modelling Process*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. Vol. 22 N2 s. 92–108.
- Livy, S. & Vale, C. (2011). *First Year Pre- service Teachers' Mathematical Content Knowledge: Methods of Solution for a Ratio Question*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. Vol. 13.2 s. 22–44.
- Lungren, U. P. (1972). *Frame Factors and the Teaching Process. A contribution to curriculum theory on teaching*. Stockholm: Almqvist & Wiksell.

- Lungren, U. P. (1982). *Läroplaner och läromedel. En konferensrapport.* [Curricula and teaching material. A conference report] Red. av Ulf P. Lundgren, Gunilla Svingby och Erik Wallin. Stockholm: Högskolan för lärutbildning i Stockholm, Institutionen för pedagogik, 1982. 230 s. (Rapport 13 1982) (Rapport 17 från Forskningsgruppen för läroplansteori och kulturreproduktion).
- Lungren, U. P. (1986). *Vad skall man ha läroplaner till? [What is the use of curricula?] I: Utbildningskvalitet. Villkor och framtidskrav.* S. 85-118. Stockholm: Liber.
- Lungren, U. P. (1986). *Om centrala begrepp i läroplaner. [On central concepts in curricula] I: Kunskap och begrepp. Centrala motiv i våra läroplaner.* S. 23-35. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget, 1986. (Skolöverstyrelsen F 86:3/Vad säger forskningen?).
- Lungren, U. P. (1987). *Frame factors. I: The International Encyclopedia of Teaching and Teacher Education.* Ed. by Michael J. Dunkin. S. 525-530. Oxford: Pergamon Press, 1987. — Även som nr 160.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Marton, F. (Red.) (1986). *Fackdidaktik volym III.* Lund: Studentlitteratur.
- Marton, F. & Booth, S. (1997). *Learning and awareness.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration till utveckling of matematikundervisning i Danmark.* København: Utdanningsministeriet.
- Obuhova, L.F. (Red.) (1996). *Barn(åldras)psykologi. Kapitel VI Vygotskij och hans skola.* Lärobok. Rysk pedagogiskbyrå.
- Pehkonen, Erkki (2001). *Lärares och elevers uppfattning som en dold faktor i matematikundervisningen.* I Grevholm, Barbro (red.), *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur.
- Polya, G. (1957) *How to solve it?* Princeton University press.
- Polya, G. (1968). *Mathematics and plausible reasoning: Vol. 2. Patterns of plausible inference.* Princeton, NJ.
- Rorty, R. (1980). *Philosophy and the mirror of nature.* Princeton, NJ.
- Shulman L. S (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching.* Educational Researcher, 15(2), 4-14.
- Stendrup, C (2001). *Undervisning och tanke – En ämnesdidaktisk bok om språk och begreppskunskap, Exemplet matematik.* Stockholm: HLS Förlag.
- Stillman, G & Brown, J & Galbraith, P (2010). *Researching Applications and Mathematical Modelling in Mathematica Learning and Teaching* Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.22 N2.
- Skemp, Richard R. (1976). *Relational and instrumental understanding.* I Wedege, Tine (2006), (red.), Malmö: Malmö högskola, Lärutbildningen.
- Skolinspektionen (Dnr 40-2010:5014). *Tillsyn och kvalitetsgranskning 2009.* Skolinspektionens erfarenheter och resultat.
- Skolverket (2008:1). *TIMSS 2007 – huvudrapport 323. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv.* Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2008:2). *TIMSS 2007 – huvudrapport 323. En djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer.* Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011.*
- Tatto, M.T. & Schwillie, J & Senk S. L. & Ingvarson L. & Peck R & Rowley G (2008). *Teacher education and development study in Mathematics (TEDS – M) Policy, practice and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework.* East Lansing, Michigan: Teacher education and development international study center. College of Education, Michigan State University.
- Yoon, C & Dreyfus, T. & Thomas, M. (2010) *How High in the Tramping Track? Mathematizing and Applying in a calculus: Model – Eliciting Activity* Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.22 N2. s. 141–157.
- Van den Heuvel – Panhuizen, M. (2003). *The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage.* Educational studies in Mathematics, 54(2/3), 9–35.
- Vygotsky, L.S. & Luria, A.N. (1994). *Tool and symbol in child development.* IR. Van der Veer & J. Valsiner (Red.), The Vygotsky reader (s. 99-174). Oxford: Blackwell.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L.S. (1981). *The genesis of higher mental functions.* I J.V. Wertsch (Red.), The concept of activity in Soviet psychology (ss 144-188). Amonk, NY: Sharpe.
- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and language.* [A. Kozulin, Trans.]. Cambridge, MA: Harvard University Press (original utgivet 1934).
- Vygotsky, L.S. (1987). *The collected work of L.S. Vygotsky.* Volume 1. Problems of general psychology. New York: Plenum Press.

- Vygotskij, L.S. (1996). *Tänkande och språk*. Psykologisk forskning. Moskva: Labirint.
- Vygotskij, L.S. (1991). *Pedagogisk psykologi*. Moskva. Pedagogik.
- Vygotskij, L.S. (1996). *Utvecklingspsykologi som ett kulturellt fenomen*. Moskva, Institutionen för psykologi .
- Way, J., Anderson, J. & Bobis, J. (2010). *The Importance of Teacher Knowledge and Teacher Thinking*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. V.12.1 s.1-3.
- Way, J., Anderson, J. & Bobis, J. (2011). *The Centrality of the Teacher in Mathematics Education*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. Vol. 13.2 s. 1-3.
- Zazkis, R., Leikin, R. & Chavoshi Jolfaee, S. (2011). *Contributions of "Mathematics for Elementary Teachers" Courses to Teaching: Prospective Teachers' Views and Examples*. Australia: Mathematics Education research Journal, MERGA. Vol. 13.2 s. 3-22.
- Zawojewski, J. (2010). *Problem solving versus modeling*. In R. Lesh, P. Galbraith, C., R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 237 – 244). New York: Springer.
- Ärlebäck, J.(2010). *Mathematical modeling in upper secondary mathematical education in Sweden. A curricula and design study*. Linköping University. Sweden.

Bilaga 1. Beskrivning av resultaten av enkäten

Frågor och svar redovisas fråga för fråga. Inom parentes anges hur många lärare som valt respektive svarsalternativ.

Fråga 1. För att utforma din planering av matematikundervisningen använder du

- a. Kursplanen i matematik (17)
- b. Läroböcker (14)
- c. Lokala pedagogiska planeringar (10)
- d. Nationella proven (10)
- e. Kursplanen, läroböcker, lokala pedagogiska planeringar och nationella proven. (16)

Kommentarer:

Jag måste ta hänsyn till och utgå ifrån de förkunskaper eleverna hade med sig

Elevernas kunskapsnivå

Elevernas arbetsvilja

Använder mig också av elevernas önskemål

Det gäller att blanda för att det inte ska bli tråkigt

När jag planerar min undervisning utgår jag från den LPP vi skrivit. Då vi skriver LPPn utgår jag från kursplanen men även läroboken & nationella proven. Läroboken är ett stöd vid färdighetsträning & kan vara en hjälp för att se i vilken årskurs vissa moment tas upp.

NCM.gu.se olika laborativa uppgifter och analysmetoder använder jag också.

Undervisning utan läroböcker.

Använder de nationella proven i väldigt liten utsträckning.

Försöker blanda olika material/informationskällor.

Utöver det material från matematikverkstaden för att tydliggöra och även lätta upp praktiska övningar och spel.

Jag har bara 9:or som läser matematik enligt Lpo94

Fråga 2. Anser du att du har en tydlig bild av hur man tolkar Centralt innehåll i kursplanen Lgr11 bl.a. Taluppfattning och talanvändning, Geometri, Sannolikhetslära och Problemlösning i relation till matematiska modeller?

Ja (18)

Nej(12)

Kommentarer:

Är ännu ej tillräckligt inläst

Jag trodde att jag förstod från början det var som viktiga hållplatser på vägen mot målen men min biträdande rektor har en annan uppfattning att det centrala innehållet inte så viktigt att hänga upp sig på, så nu är jag allmänt förvirrad.

Tveksamt om det är tydlig, annars har jag en bild av det centrala innehållet.

Det är inte så att man kan det utantill, men när man läser läroplanen är det inte så svårt att förstå. Jag kan känna att det skulle vara svårt att förklara vissa begrepp för föräldrar på utv.samtalen.

Mer tid krävs för att tolka & kolla Lgr11 tillsammans med kollegor.

Jag efterlyser tid till att tolka och diskutera mera med mina kollegor.

Jag är inte tvingad eftersom jag inte undervisar i årskurs 8. Nästa år bli tufft för då måste man sätta in sig i Lgr11.

Jag tycker att det är vaga formuleringar i Lgr11 ibland.

I stort sett samma innehåll i Lgr11 som tidigare!!!!

Jag har inte tittat på alla moment i Lgr11 pga tidsbrist. Det blir eftersom jag arbetar med dem.

Kan bara Lpo94 därför att inte tillämpar Lgr11

Tolkningen baserar man på tidigare erfarenheter, vad som ska innehålla i undervisningen, då har man en tydlig bild.

Fråga 3. Vilket område i det centrala innehållet är svåraste att tolka innehållsmässigt?

- a. Taluppfattning och tals användning (3)
- b. Geometri (1)
- c. Sannolikhet (4)
- d. Problemlösning med hänsyn på matematiska modeller (8)

Fråga 4. Vad beror detta på?

- a. Läromedlen tonar ner, eller tar inte upp en stor del av innehållet (1)
- b. Det finns otydligt samband mellan kursplanen och läromedlen (5)
- c. Det finns otydligt samband mellan läromedlen och nationella proven (3)
- d. Otillräckliga lokala pedagogiska planeringar (5)
- e. Annat. Kommentera! (10)

Kommentarer:

Den är diffus vad menas med "vardagliga situationer" och "enkla matematiska modeller) i Lgr11.

Diffus formulerat i Lgr11

Jag utgick endast från kursplanen. Vi ännu inte jobbat med sannolikhet men nya läroplanen har sannolikhetsområdet. Känner inte att läromedlen är av någon betydelse för tolkning av det centrala innehållet.

Jag är inte säker på alla begrepp som används i det centrala innehållet t ex likformig, sannolikhet och kombinatoriska principer

Jag förstår inte vad alla begrepp i Lgr11 innebär som behandlar sannolikhetslära

De nationella målen är ganska tydliga. Läroböckerna har inget med detta att göra och är alltså irrelevant för sammanhanget.

Jag hann inte än arbeta med sannolikhetslära och problemlösning med hänsyn på matematiska modeller.

Centrala områden bedrivs på likadant sätt och ingenting är vare sig svårare eller lättare.

Jag tycker att det är svåra ord i kursplanen.

Jag vet inte.

Jag vet inte.

Fattar inte läroplanen koppling med centrala områden. Vet ej – lika svårt i alla innehållet lätt att tolka ifrån betygskriterierna. Otydligt formulerade kriterier för betyg i Lgr11.

Fråga 5. Hur mycket anser du att läromedlen styr din undervisning?

Mycket Mycket litet
4 8 12 3 3

Kommentarer:

Varierar beroende på arbetsområde och klassens sammansättning

Jag använder bl.a. läromedlen då eleverna färdighetstränar sådant vi gått igenom, diskuterat & arbetat med på olika sätt. Annars utgår min undervisning främst utifrån gemensamma genomgång laborativa övningar diskussioner i mindre grupp & tillsammans.

Jag använder t ex boken för att på många uppgifter om samma sak för att eleverna ska kunna repetera vissa moment många gånger.

Då jag undervisar i flera ämnen så hinner jag tyvärr inte med att göra annat än att utgå ifrån läromedlen.

Jag försöker varva laborationer med språkutveckling. Matematiklektioner där eleverna får diskutera olika lösningar samt elevredovisningar.

Läromedlen styr i vilken ordning vi arbetar med de olika momenten. Sedan försöker jag hitta mer elevnära exempel i mina genomgångar.

Försöker minska dess inflytande. Men vissa elevgrupper är lite negativt inställda till att inte använda läroböcker den hela tiden.

Eleverna känner sig trygga med boken och ser att de kommer framåt. Jag tycker att det är viktigt att variera med mera laborativa övningar för att öka förståelsen.

Läromedlen är grunden.

Läromedlen vi använder ansluter väl till läroplanen och är lätt att använda för att individualisera undervisningen.

Roligare att använda eget material.

Försöker komplettera läroboken med praktiska/laborativa uppgifter. Önskar ha mer tid för att hitta ännu mer andra uppgifter än lärobokens för att motivera eleverna göra tydligare innehållet & skapa diskussioner.

Fråga 6. Förklara varför/varför inte du lägger stor vikt på läromedlen i din planering?

Kommentarer:

Tiden tillåter inte alltid att göra så stora förändringar.

Förlitar man sig för mycket på läromedlen är min uppfattning att eleverna kan få en begränsad förståelse för matematiken. De kanske lär sig enbart en metod istället för att få flera olika metoder presenterade för sig. Får eleverna jobba mkt själva i böckerna finns risken att de lär sig räkna "mekaniskt" utifrån exemplen utan att riktigt förstå vad de gör eller varför de gör på ett visst sätt.

Finns det bra upplägg av de mål som vi kommit överens om i LPP i böcker så använder jag dem men annars utgår jag från målen i LPP och lägga upp lektionerna så att den grupp jag undervisar når målen på bästa sätt.

Jag som lärare kan inte förlita mig på att läromedlemsförfattare har full koll på Lgr11 utan jag som lärare måste själv se till att jag undervisar enligt Lgr11.

Läroböckerna är inte skrivna av skolverket utan av fria bokförläggare och är sålunda inget man kan våga lita på fullt ut. Det finns många andra sätt än läroböcker som en elev kan möta för att nå målen.

Jag är van att använda andra medel för lärande än böcker. Böcker kan vara användbara.

Läromedlen saknas vissa grundläggande stoff för att bygga upp elevers grund i matematik(årskurs 7).

Det är enkelt att planera utifrån boken. Det blir också enklare för eleverna att följa bokens ordning.

De vet enklare hur de ligger till om de vet på vilken sida de förväntas vara på.

Känns som det är svårt att konkretisera som separat delområde – borde integreras mer i övriga delar(taluppfattning).

Jag tycker att böckerna tar upp sakerna i fel ordning och att de inte tar upp allt. Därför är det viktigt att inte begränsa sig till ett enda läromedel utan använda sig av många olika.

Jag använder olika läromedel, nationella proven, samhällsdebatter, tabeller, modeller och vardagssituationer i undervisningen.

Jag lägger stor vikt på mina genomgångar och dialog med eleverna. Sedan är det inte så viktigt om man övar på i boken eller på annat sätt. Jag tycker att det är fördel att variera.

Det är praktiskt tidseffektivt att kunna arbeta från början av ett kapitel till slutet av kapitel. Det sparar tid för att eleverna vet vad de ska arbeta med. Det behövs inte diskuteras om vad eleverna ska arbeta med. Bra också när eleverna frånvarande.

Det är lättast. Arbetsituationen och stressar gör att man tar läroböcker.

Eleverna jag arbetar med har mycket svårt med att använda sig av varierande läromedel.

Tidsbrist.

Matte direkt vänder sig mycket till elever med goda förmågor i matematik. För elever i svårigheter blir det svårt med upplägg i Matte direkt.

Tidsbrist.

Läroböcker är pedagogiska och får med det mesta.

Bilaga 2. Önskemål om forskningsbaserad handledning i matematik i Järfälla kommun

Skola 1

Vilka resultat kan man dra av resultaten på de nationella proven? Vilka brister går att identifiera?

Komplettera undervisningen med uppgifter "utifrån" så att den blir mindre lärobokstyrd. Gärna gruppuppgifter som också ska ha större frihetsgrader.

Visa på pedagogiska planeringar som korrelerar med den nya läroplanen.

Hur kan matematiken synliggöras i andra ämnen?

Låta matematikens historia bli mera belyst och reflektera över den tid som matematiken hade sin tillämpning och jämföra med idag.

Gör algebran mera meningsfull. Visa på tillämpningar i vår vardag. Som exempel kan nämnas befolkningstillväxt, bakteriers tillväxt, influensa-epidemiers utveckling och tillämpningar av formler inom naturvetenskapliga områden. Det är inte fel att höja ribban!

Hur ser vår läroplan ut i jämförelse med andra länders matematikutbildningar?

Sätt in didaktiken i sitt kulturella sammanhang.

Skola 2

Vill ha utbildning inom kunskapsmålen och skapande av bra matriser inom detta område. Även hur man i större utsträckning kan arbeta med digitala läromedel och hur man kan förändra undervisningen med tillgång till 1-1 dator för eleverna. Matematikverkstäder är också ett område som vi skulle vilja bli bättre inom.

Skola 3

Vi önskar handledning i:

Hur pedagoger kan konkretisera matematikundervisningen för att öka elevernas förståelse för olika funktioner, begrepp, modeller och lösningar inom matematiken.

Hur vi kan öka elevernas förmåga att muntligt formulera, underbygga och förklara matematiska resonemang kring olika matematiska problemlösningar.

Hur vi kan stärka elevernas förmåga att utifrån texter och problemformuleringar kunna föreslå matematiska metoder, formler, grafer och/eller funktioner för att lösa problemet.

Vad den matematiska forskningen av idag bedömer som framgångsfaktorer för att öka elevernas intresse för matematik och måluppfyllelse i matematik.

Skälen till våra önskemål är att flera elever upplever matematik som svårt och abstrakt och att vi är överens på skolan om vikten av att få verktyg för att kunna konkretisera matematikundervisningen. Samtidigt behöver vi få mer forskningsbaserad kunskap om hur vi kan väcka elevernas intresse och nyfikenhet för matematik och naturvetenskap.

Skola 4

Vi önskar handledning i:

Hur vi ska skriva Lokala Pedagogiska Planeringar utifrån ämnesområden istället för utifrån kapitlen i matematikboken. (mer konkret)

Kompetensutveckling i laborativ matematik.

Hur man kan integrera elever som saknar grundläggande kunskaper,(stannat i sin kunskapsutveckling) så att det inte blir till bekostnad för resten av gruppen.

Handledning i vilket material som finns för "lågpresterande" elever. Materialet får inte upplevas som barnsligt eftersom att elever i år 7-9 blir det känsligt att visa att de ligger under "rätt" kunskapsnivå. De vill inte arbeta med material som är för lägre årskurser.

Kompetensutveckling/handledning hur vi ska arbeta med elever med diagnos. T.ex. kort arbetsminne, dyskalkyli m.m.

Skola 5

Matematiklärare hade velat ha taluppfattning, men det är ju inbokat redan. Kanske hur man diagnostiserar och hur man sedan använder diagnoser i undervisningen (ev. lägger upp individuella träningsprogram i t.ex. mattekungen).

Bilaga 3. Ett exempel på vikten av lokal planering

En utvärdering av högstadielärares kunskaper i matematik med de så kallade Brilljantdiagnoserna gav följande resultat i årskurs 9 (Brilljantdiagnoserna kommer under 2012 att ingå som en del av Skolverkets diagnosbank, Diamant. Wiggo Kilborn, 2011).

Eleverna skulle skriva om uppgifterna i enklast möjliga form.

Uppgift	lösningsfrekvens	Uppgift	lösningsfrekvens
3^2	61%	$(3 + 2)^2$	45%
$3 + 3^2$	53%	$2^2 \cdot 2^3$	38%
$\sqrt{49}$	43%	$\sqrt{16 + 9}$	26%
$\sqrt{17^2}$	16%	$\sqrt{32}$	2%

Orsaken till det här nedslående resultatet måste givetvis analyseras. En tolkning är att högstadiets lärare inte förmår undervisa om potenser och kvadratrötter på ett för eleverna begripligt sätt. Följdfrågan blir då varför. Vårt svar är att det handlar om två sammanlänkade problem:

- Det saknas kontinuitet i planeringen. Undervisningen om detta ska inte skjutas upp till årskurs 9, utan måste förärbettas flera år tidigare.
- Det saknas kunskaper i didaktisk ämnesteorin. Detta leder till att man erbjuder eleverna formler som de inte begriper, istället för att på ett logiskt sätt förklara innebörden i de här operationerna.

För att komma till rätta med de här problemen. Liksom med en rad andra problem i svensk matematikundervisning, krävs det en hållbar, och på forskning grundad, lokal planering som ger en struktur och kontinuitet i undervisningen. Nu följer några exempel på vad en sådan strukturell planering av undervisningen kan innehålla.

Grundskolans matematik bygger på ett fåtal enkla räknelagar och räkneregler och det är samma räknelagar och räkneregler som används från årskurs 1 till årskurs 9. Redan under de första skolåren bör eleverna behärska dessa. Som exempel bör de uppfatta att multiplikationen $3 \cdot 4$ kan tolkas som den upprepade additionen $4 + 4 + 4$. På motsvarande sätt bör eleverna något senare kunna tolka potensen som en upprepad multiplikation, alltså att $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$. Likaledes bör eleverna tidigt lära sig att en parentes innebär, att det som står innanför en parentes ska beräknas först (ges prioritet). Om man sparar allt detta till högstadiet så innebär det att eleverna tvingas operera med tal och begrepp som de saknar förståelse för. Redan i början av mellanstadiet bör eleverna därför kunna tolka

- 3^2 som $3 \cdot 3 = 9$
- $(3 + 2)$ som 5 och därmed $(3 + 2)^2$ som 5^2
- $3 + 3^2$ som $3 + (3 \cdot 3) = 3 + 9$ (potensen är ju en upprepad multiplikation)
- $2^2 \cdot 2^3$ som $(2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 4 \cdot 8 = 32$ (och samtidigt att $2^2 \cdot 2^3 = 2^5$)

Motsvarande gäller för kvadratrötter. På samma sätt som subtraktion är inversen till addition och division är inversen till multiplikation, så är kvadratrotens inversen till kvadraten. Kvadratrotens inversen är således inte något märkvärdigt och man bör introducera den informellt redan när man arbetar med kvadratens area.

- En kvadrat med sidan 3 cm har arean 9 cm^2 . Omvänt har en kvadrat med arean 9 cm^2 sidan 3 cm.
- En kvadrat med arean 5 cm^2 har en sida även om den inte kan beskrivas med hjälp av ett naturligt tal (eller ett rationellt tal). Man kan teckna sidans längd som $\sqrt{5}$. Detta leder f.ö. in på matematikens historia och de gamla grekernas uppfattning om irrationella tal.
- $\sqrt{49}$ kan mot denna bakgrund tolkas som sidan i en kvadrat med arean 49 cm^2 , alltså 7 cm.
- $\sqrt{16+9}$ ska tolkas som $\sqrt{(16+9)}$ ungefär som $\frac{16+9}{2}$ ska tolkas som $\frac{(16+9)}{2}$. Resultatet $\sqrt{25}$ svarar mot sidan i en kvadrat med arean 25 cm^2 alltså 5 cm.
- Att bara 16% av eleverna kan bestämma $\sqrt{17^2}$ visar tydligt hur eleverna tvingats lära sig formler de inte förstår. En enkel tolkning av detta är att man söker sidan i en kvadrat med arean 17^2 cm^2 . En sådan sida är givetvis 17 cm.
- Den enda uppgiften som egentligen hör hemma på högstadiet är $\sqrt{32}$ där eleverna måste veta att $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. Om man har lagt en god grund tidigare så bör detta inte vålla några större problem i årskurs 7 eller 8.

Vad dessa exempel visar på, är vikten av att det görs en strukturerad planering på skolan (helt enligt styrdokumentet) och att den planeringen bygger på en didaktisk ämnesteorier för matematik. Matematiken består inte av ett stort antal formler utan av ett fåtal räknelagar och räkneregler. Genom att lyfta fram detta för eleverna kommer eleverna att kunna se de mönster som ger sammanhang åt matematiken och gör den enklare att förstå.

Det är resonemang av det just beskrivna slaget, byggda på hållbara matematikdidaktiska teorier och beprövad erfarenhet som bör utgöra grunden för skolans strukturerade planering, det som i Lpo94 kallades lokal pedagogisk planering.