Natalia Karlsson

Vet inte, har inte en aning, kommer inte ihåg

De studerande som antagits till svenska lärarutbildningar har var och en sin uppsättning förmågor i matematik. Hur ser denna ut i relation till vad eleverna i nionde klass kan förväntas uppvisa? Vi tar här del av ett projekt där just dessa lärarstuderandes förmågor undersökts. Resultatet är nedslående.

I dagens kursplan i matematik spelar förmågorna en central roll. De utgör bland annat ett underlag mot vilket man ska bedöma det nationella provet i matematik i årskurs 9. Men vad menas egentligen med förmåga och hur kan man avgöra vem som har en viss förmåga? De fem förmågor som beskrivs i kursplanen skiljer sig väsentligt från individ till individ och från en tid till annan. Hur bedömer man exempelvis de tre aspekterna täckningsgrad, aktionsradie och teknisk nivå på en förmåga, aspekter som Mogens Niss och Tomas Højgaard Jensen skriver fram i den inflytelserika KOM-rapporten?

Letar man i ordböcker efter synonymer till förmåga finner man ord som talang, duglighet och läggning (för något). En annan definition i användning är ”en individs intellektuella funktioner avseende förståelse av sinnesintryck, tankar och resonemang”. Ett intressant alternativ är att dra en parallell med Ellen Keys definition av bildning. Byter man ut bildning mot förmåga får man följande: ”en förmåga är det som finns kvar när du glömt vad du lärt dig”. En sådan definition passar dessutom väl in på idén om ett livslångt lärande. Mot denna bakgrund blir det intressant att fråga sig vad det finns kvar efter några år av de förmågor eleverna kan förmodas ha i årskurs 9. Ett svar på den frågan ges i MIL-projektet där jag undersökt lärarstudenters kunskaper i och förhållningssätt till matematik inför deras första kurs i matematik. Eftersom de här studenterna hade en inriktning mot årskurs 4–6, fick de bland annat en diagnos som svarar mot delar av det centrala innehållet enligt kursplanen i Lgr 11. Här följer några intressanta resultat från diagnosen.

Beräkna 1/4 av 0,16. Beskriv hur du har tänkt.

18 av 54 studenter, alltså bara var tredje student, kunde ge ett korrekt svar på uppgiften. De flesta av dem beskrev emellertid inte hur de hade tänkt. Undantaget var de åtta studenter som använt sig av en multiplikationsalgoritm. De ställde alltså upp multiplikationen $0{,}25 \cdot 0{,}16$. Ungefär lika många av deras kamrater ställde också upp multiplikationen men räknade fel.

De vanligaste felaktiga svaren 0,4 eller 4 gavs av tolv studenter, vilket tyder på att de har en bristande taluppfattning. Innebörden av 1/4 av 0,16 är 0,16 dividerat med 4, vilket kan förenklas till hälften av hälften av 0,16. Även om de hade glömt det mesta de lärt sig om rationella tal borde de som studenter, med ambitionen att bli lärare som undervisar i matematik, åtminstone kunna halvera 0,16 två gånger alltså via 0,08 till svaret 0,04. De borde också ha förstått att en multiplikation med 0,25 ger en produkt som är mindre än 0,16. Så många som 15 av studenterna gav ingen lösning alls på uppgiften, men gav kommentarer som: *Kommer inte ihåg hur man gör.*

Inom området visar de flesta av studenterna ingen utvecklad förmåga att lösa rutinuppgifter, värdera strategi och vald metod samt analysera begrepp och samband mellan begrepp.

Beräkna 0,4 · 0,1. Beskriv hur du har tänkt.

Uppgiften handlar om grundläggande taluppfattning och arbete med tal i decimalform. Att bara 33 av de 54 studenterna löste uppgiften är därför anmärkningsvärt. Ungefär hälften av dem ställde upp uppgiften och räknade med hjälp av en algoritm! 13 av studenterna fick svaret 0,4, vilket visar att de inte vet hur man placerar decimaltecknet. Hur analyserade och resonerade dessa studenter om uppgiften? Eftersom 4 · 0,1 är 0,4 borde de ha insett att 0,4 · 0,1 inte kan vara 0,4. När jag jämför detta med hur studenterna har löst och redovisat inlämningsuppgifter under kursens gång, kan jag konstatera att de flesta av dem verkar ha en procedurell (mekanisk) kunskap inom det här området. Frågan är om de någon gång tidigare haft en förmåga att göra beräkningar, analysera eller resonera om multiplikation av tal i decimalform.

Mot det här resonemanget kan man givetvis invända att de här studenterna undervisades enligt Lpo 94 när de gick i grundskolan och att förmågorna inte fanns i grundskolans kursplan före 2011. Men detta är en sanning med modifikation. Alla förmågorna fanns redan i Lpo 94, men beskrevs då med andra termer och som strävansmål.

Beräkna 0,4 / 0,1. Beskriv hur du har tänkt.

Även den här uppgiften handlar om grundläggande taluppfattning och operationer med tal i decimalform. Varannan student löste uppgiften korrekt, men nästan ingen av dem kunde beskriva hur de hade tänkt. 17 av de 54 studenterna, alltså nästan var tredje student, fick svaret 0,4. Hur står det till med deras resonemangsförmåga? Eftersom 0,4/1 = 0,4 så är det inte rimligt att även 0,4/0,1 är 0,4. Av de beräkningar som redovisats framgår att flera av studenterna blandar samman formlerna för multiplikation och division av tal i bråkform, andra försöker gå över till procentform eller ställa upp uppgiften som en algoritm. Flera av de studenter som inte har löst uppgiften skriver att de har glömt hur man dividerar i trappan.

Jag kan återigen konstatera att många av studenterna bara har en procedurell kunskap att falla tillbaka på och verkar helt sakna förmåga att använda lämpliga metoder, använda matematiska begrepp eller föra matematiska resonemang.

Utför divisionen 864 / 8 i en lämplig algoritm.

Med tanke på att skriftlig räkning är ett centralt innehåll i årskurs 4–6 var det intressant att studera om studenterna behärskade en divisionsalgoritm. Mindre än hälften av studenterna räknade rätt på uppgiften, de flesta av dem med hjälp av hemmagjorda metoder, alltså utan att använda någon traditionell algoritm. Var fjärde student fick svaret 18, vilket tyder på en mindre bra taluppfattning. Ett enkelt överslag visar ju att svaret måste vara betydligt större än så, eftersom redan 800/8 ger svaret 100.

Beräkna a/2 / a/2. Beskriv hur du har tänkt.

Den här uppgiften är kanske den mest intressanta. Här var det bara 15 studenter som fick rätt svar. Samtidigt var det 25 studenter som inte ens försökte ge något svar. För den som reflekterar över innebörden av division, borde det vara uppenbart att en division av ett tal med sig självt ger svaret 1. (Givetvis med undantag av 0, vilket ingen kommenterade, men som inte heller påverkade bedömningen.) Kommentarer som *Vet inte, Har inte en aning, Kommer inte ihåg* etc stöder tolkningen att studenterna bara har en procedurell kunskap som de inte vet hur de ska använda.

Uppenbarligen var variabeln a så skrämmande att många av studenterna inte ens vågade resonera och reflektera över vad a kan stå för. Med lite eftertanke kunde de ha prövat med att ersätta a med 2 vilket ger $1/1 = 1$, med 4 vilket ger $2/2 = 1$ eller med 6 som ger $3/3 = 1$. Vilket förhållningssätt har majoriteten av de här studerande till ämnet matematik med tanke på att de inte ens vågar pröva och gissa? Och vart har alla de förmågor tagit vägen som de här studenterna förväntades ha redan för ett par år sedan?

Summering

Den nu gällande kursplanen i matematik inleds bland annat med orden ”Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet …”. Avsikten med denna beskrivning är givetvis att den ska initiera en liknande verksamhet i grundskolan. Nästa mening i kursplanen lyder: ”Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser”. En förutsättning för att de här orden ska bli verklighet är att de kunskaper och förmågor eleverna tillägnar sig i grundskolan har ett överlevnadsvärde och därmed kan utgöra en grund för att de ska kunna fatta de välgrundade besluten.

Syftet med MIL-projektet är egentligen att kartlägga lärarstudenters ingångskunskaper i och förhållningssätt till matematik vid kursstarten. Målet med projektet är att bättre anpassa lärarutbildningen till skolans behov av professionella lärare i matematik, samt att utreda förutsättningarna för detta. Eftersom de studenter som antagits till en lärarutbildning haft ett godkänt betyg i matematik till och med på gymnasiet, använde jag i det här fallet deras diagnosresultat för att belysa hur deras kunskaper och förmågor i matematik ser ut något eller några år efter att de har lämnat skolan.

Mina exempel visar stora kvalitativa brister som sannolikt kan härledas till den undervisning studenterna fått i skolan. Vad jag har funnit är att minst hälften av dem helt verkar sakna förmåga att

- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp
- välja och använda lämpliga matematiska modeller för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter
- föra och följa matematiska resonemang.

Självklart har en student glömt en del fakta och formler efter ett par år, men syftet i dagens kursplan (liksom strävansmålen i Lpo 94) handlar inte om att minnas alla detaljer utan om att ha tillägnat sig ett antal förmågor, och nog borde man kunna förvänta sig att dessa förmågor – om de verkligen funnits – skulle ha överlevt åtminstone ett par år.

I den pedagogiska debatten talas det ständigt om mindre bra resultat på undersökningar som TIMSS och PISA när man inte fokuserar på klasstorlek och betyg i årskurs 4. Vad jag efterlyser är ett annat fokus, nämligen på undervisningen och dess kvalitet. Vad är det egentligen eleverna lär sig i skolan? Kan det vara så att många lärare är osäkra på hur de ska arbeta med förmågorna eller vilken typ av kunskap eller förmåga som överlever? Och vilket stöd får dessa lärare av forskare eller av lärarutbildare i samband med utbildning och kompetensutveckling?

LITTERATUR

Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Matematikdidaktik i praktiken.* Malmö: Gleerups förlag.

Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* Köpenhamn: Uddannelseministeriet.

Lösningar till Problemavdelningen (sid 31):

4218 Låt dagen vara x timmar lång. Då är natten $x + 5$ timmar. Tillsammans är de ett dygn, 24 timmar och vi får likheten: $x + x + 5 = 24$ dvs $x = 9{,}5$. Natten är alltså $9{,}5 + 5 = 14{,}5$ timmar.

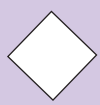
4219 Flickan fyller år på nyårsafton och samtalet äger rum på nyårsdagen.

4220 De har ytterligare syskon som är födda samtidigt och är således trillingar, fyrlingar …

4221 ”det” och ”finnns” är fel. Eftersom vi då har 2 fel är även ”tre” fel. Men, vänta lite nu … nu har ju meningen 3 fel och då är ju ”tre” rätt och alltså 2 fel … Ja, här hamnar vi i ett cirkel resonemang och slutsatsen blir att det inte finns något riktigt svar på denna fråga.

4222 Detta problem löser man nog enklast genom att beskriva situationen med hjälp av en ekvation. Beteckna antalet fiskar med x och hitta två kvantiteter som är lika.
$5x - 99 = 99 - x \ldots x = 33$

4223 Lösningen ligger i att det ursprungliga kvadratiska fönstret har diagonalerna lodrätt och vågrätt.



4224 Ett lurigt problem som kräver att man läser det noggrant. En grop innehåller naturligtvis ingen jord, då vore det ju ingen grop!