Bråkigt i matematikläromedel

- En komparativ studie mellan svenska och maltesiska matematikläroböcker i årskurs 4 med fokus på hur tal i bråkform presenteras och konkretiseras.

Av: Lidia Weiderling
Handledare: Natalia Karlsson
Södertörns högskola | Lärarutbildningen
Självständigt arbete (Examensarbete) 15 hp
Självständigt arbete 2 | VT 2018
Grundläraryrkutbildning med interkulturell profil med inriktning mot årskurs 4-6, 240 hp
Abstract

English title: Fractions in textbooks
-A comparative analysis of how fractions are presented and visualized in mathematical textbooks from Sweden and Malta

Author: Lidia Weiderling
Supervisor: Natalia Karlsson

The aim of this study is to compare two Swedish and two Maltese textbook series in mathematics in the Swedish grade 4 from a mathematical didactic perspective, focusing on how fractions is presented, such as for instance as a number, part of a whole, part of a number, division as a metaphor or a scale, and visualized. The study is based on a comparative approach in which the teaching materials analysed represents their respective countries and schools.

Four questions are addressed in this study. These are:

1. What share of the problems in the analysed books covers fractions?

2. How is the subject of fractions presented in the analysed books from Sweden and Malta respectively, for instance as a number, part of a whole, part of a number, with division as metaphor or as a scale? And which is the most common?

3. How is the subject of fractions visualized and how many times does this occur in the analysed pages?

4. What similarities and differences is there regarding the presentation and visualization of the field of fractions between the textbooks analysed from Sweden and Malta?

The chosen textbooks from Sweden are Koll på matematik 4A and B and Matte Eldorado 4A and B. The ones from Malta are the textbook serie Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 and 2 and the textbook series Busy Ant Maths 6A, B and C. The theoretical framework consists of Karlsson and Kilborn’s definition of the theory ‘konkretisering’, visualizing, and the different way fractions can be presented in. The results show that the analyzed books from Sweden mainly present fractions with division as a metaphor and the visualizing was mainly through everyday connection and through both the inductive and deductive method. The textbook from Malta mainly presents fractions as a number and the visualizing was in wording through the deductive method.

Nyckelord: Bråktal, Matematik, Didaktik, Läromedelsanalys, Konkretisering, Jämförelsestudie, Sverige-Malta,
Keywords: Fractions, Mathematics, Didactics, Teaching, Comparative study, Textbook analysis, Sweden-Malta
Personligt förord

Jag vill tacka min handledare Natalia Karlsson som har stöttat och uppmuntrat mig under hela skrivprocessen. Jag vill även tacka min familj för det stöd jag har fått under min hela utbildning.
TACK!

Lidia Weiderling
6 juni 2018
Abstract .......................................................................................................................... ii
Personligt förord ............................................................................................................ iii
1. Inledning ....................................................................................................................... 1
   1.1 Syfte ...................................................................................................................... 3
   1.2 Frågeställningar ................................................................................................... 3
   1.3 Bakgrund .............................................................................................................. 3
      1.3.1 Sverige och Malta ....................................................................................... 5
2. Teoretisk inramning .................................................................................................... 6
   2.1 Konkretisering en process till abstraktion ......................................................... 6
   2.2 Bråkbegreppet ..................................................................................................... 8
   2.3 Sammanfattning .................................................................................................. 11
3. Tidigare forskning ....................................................................................................... 11
   3.1 Lärobokens ställning och styrning ...................................................................... 12
   3.2 Elevers svårigheter med tal i bråkform ............................................................... 12
   3.3 Åskådlighetens betydelse .................................................................................... 13
   3.4 Komparativa läromedelsanalyser med koppling till bräktalsbegreppet .......... 13
   3.5 Sammanfattning .................................................................................................. 14
4. Metod och material ..................................................................................................... 15
   4.1 Forskningsdesign ................................................................................................. 15
   4.2 Forskningsmetod ................................................................................................. 16
   4.3 Urval och insamling av material ....................................................................... 16
      4.3.1 Avgränsningar ............................................................................................. 16
      4.3.2 Presentation av de valda läroböckerna från Sverige och Malta ............. 17
   4.4 Analysmetod, analysverktyg och genomförande ............................................. 17
      4.4.1 Innehållsanalys ............................................................................................ 17
      4.4.2 Analyssverktyg och genomförande ............................................................ 18
   4.5 Metoddiskussion .................................................................................................. 21
5. Resultat och analys ...................................................................................................... 22
   5.1 Böcker från Sverige ............................................................................................. 22
      5.1.1.1 Koll på matematik 4A .............................................................................. 22
      5.1.1.2 Koll på matematik 4B .............................................................................. 24
      5.1.2 Matte Eldorado ............................................................................................. 26
      5.1.2.1 Matte Eldorado 4A ................................................................................. 26
      5.1.2.2 Matte Eldorado 4B ................................................................................. 27
   5.2 Böcker från Malta ................................................................................................. 29
      5.2.1 Abacus for Malta Number 6 ........................................................................ 29
      5.2.1.1 Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 .............................................. 29
      5.2.1.2 Abacus for Malta Number 6, Textbook 2 .............................................. 30
      5.2.2 Busy Ant Maths ........................................................................................... 31
      5.2.2.1 Busy Ant Maths 6A ............................................................................... 31
      5.2.2.2 Busy Ant Maths 6B ............................................................................... 33
      5.2.2.3 Busy Ant Maths 6C ............................................................................... 34
6. Slutsatser ...................................................................................................................... 35
   6.1 Slutsatser av böcker från Sverige ........................................................................ 35
6.2 Slutsatser av böcker från Malta .................................................................................. 37
6.3 Komparativ analys av böcker som studerats i Sverige och på Malta ...................... 38

7. Framtida forskning ........................................................................................................... 39

Käll- och litteraturförteckning .......................................................................................... 40
1. Inledning

Efter min första självständiga uppsats (Weiderling 2017), där jag analyserade vilken typ av problemlösningsuppgifter elever från Sverige respektive Malta fick lösa under sina matematiklektioner, växte en nyfikenhet fram att också studera matematikläroböckernas innehåll i respektive land. I min första uppsats hänvisade jag till den internationella undersökningen TIMSS2015 där Sverige och Malta presterade snarlika resultat i matematik, men under genomsnittet inom Europeiska Unionen (ibid, s.2; Skolverket 2016b, s.23). En reaktion jag fick av läsare var varför jag valt att jämföra Sverige med ett land som presterat snarlikt i TIMSS samt varför en läsare skulle vara intresserad av en studie där två länder presterar liknande resultat. Syftet med min första studie samt denna studie var och är att synliggöra skillnader och likheter med avseende på undervisningsmetoder och läromedel och hur dessa möjliggör eller begränsar elever att erövra den kunskap som respektive lands läroplan slagit fast som nödvändig. Jag menar att undervisningen är en produkt av bland annat olika kulturer, utbildningssystem och styrdokument vilket även bekräftas av forskaren och matematikdidaktikern Dr. James Hiebert.


Den föreliggande uppsatsen är alltså av en komparativ ansats och behandlar hur området bräk presenteras i svenska och maltesiska matematikläroböcker i motsvarande årskurs 4 i Sverige. Flera framstående forskare och didaktiker i Sverige skriver att bräkets roll i samhället delvis tagits över av decimaltalet. Detta anses mindre bra då tal i bräkform utgör en viktig grund för vidareutveckling av den matematiska kunskapen, däribland algebra (Karlsson och Kilborn...
Det matematiska området **bråk** är en av läroplanens mest omfattande område i den meningen att det är avancerat att lära ut, komplex, kognitivt utmanande och en viktig grund för framgång i högre matematik och vetenskap enligt internationella forskare (Lamon 2007, s. 629; Kathleen A. Cramer, Thomas R. Post, och Robert C. delMas 2002, s.111).


1.1 Syfte

1.2 Frågeställningar
Utifrån syftet har fyra frågor formulerats. Frågorna är:

- Hur stor andel av de analyserade matematikläroböckerna består av tal i bråkform?
- Hur presenteras bråk i de analyserade matematikläroböckerna från Sverige och Malta, som ett tal, en del av en helhet, en del av ett antal, med division som metafor eller som en skala samt vilken är den vanligast förekommande?
- Hur konkretiseras tal i bråkform samt hur många gånger sker konkretisering på de utvalda sidorna?
- Vad finns det för likheter och skillnader med avseende på hur området bråk presenteras och konkretiseras mellan de läroböcker som analyserats från Sverige och Malta?

1.3 Bakgrund
Internationella och nationella forskare skriver att läroboken är ett viktigt verktyg för hur kunskap förmedlas och lärs ut i skolundervisningen. Läroboken agerar stöd för elevernas inlärning men hjälper även vid lärarens didaktiska lektionsplaneringar. Läroboken influerar inte enbart innehållet som presenteras i klassrummet utan också lärarens undervisningssätt, elevers kunskaper och det angrepsätt som används när en matematikuppgift ska lösas (Cai och Ni 2011, s.66; Fan, Zhu och Miao 2013, ss.635-363; Skolinspektionen 2009, s.17; Fan 2013, s.765). Läroboken är central i den undervisningsform som dominerar i dagens matematik (Skolverket 2003, s.28; Skolinspektionen 2009, s.17; Mullis 2008, s.10). Forskaren Staffan Selander (2003, s.184) definierar läroboken som en minnesbank för kunskap och kommunikation. Läroböcker fungerar som ett verktyg för lärande. Selander skriver även att:

> Läroböcker utgör den plats där vi har placerat sådana fakta, förklaringsar och exempel som vi ser som grundläggande, giltiga, objektiva och nödvändiga för vår gemensamma sociala och kulturella orientering. (Selander 2003, s.184)

Genom att läsa en lärobok kan vi förstå vad som räknas till kunskap i utbildningssammanhang (ibid.). Selander skriver vidare att läromedel är ett vidare begrepp med en rad olika betydelser. Läromedel är sådant som kan användas för att nå kunskapsmålen i skolan (ibid.,185).

År 1991 upphörde den svenska statens kvalitetsgranskning av läromedel, denna granskning genomfördes innan läromedlen nådde skolorna. Idag är det upp till varje lärare att kvalitetssäkra sina läromedel. I en kvalitetsgranskning för Skolvärden har 1,500 lärare intervjuats, uppemot hälften av dessa uppper dock att de inte hinner kvalitetssäkra och välja läromedel. Andelen lärare som uppper alternativen *hinner inte* är högst på grundskolan (Stridsman 2014). I en av Skolinspektionens kvalitetsgranskingsrapporter framgår att många lärare upplever att de inte har tillräckliga kunskaper om kursplanen, att läroboken har en central plats i deras undervisning och att den är en påverkansfaktor när det gäller läroplanens mål för lärande (Skolinspektionen 2009, s.16).

Forskarna Karlsson och Kilborn (2015a, s.166) skriver att under det senaste årtiondet har tal i bråkform undvikts i skolan med motiveringan att dessa bland annat inte längre används i vardagslivet. Vilket forskarna anser ohållbart då operationer med tal i bråkform är en vital kunskap för att bland annat ta till sig algebra. Likt Karlsson och Kilborns resonemang skriver Löwing (2008, s.247) att då många lärare och läromedelsförfattare väljer att kringgå tal i bråkform blir följd en att eleverna inte lär sig operera med tal i bråkform och därmed saknar viktiga kunskaper. Löving skriver även att mindre än hälften av eleverna i årskurs nio klarar av att addera och subtrahera tal i bråkform som inte har en gemensam nämnare. Vilket resulterar i att många elever inte når kunskapskraven (ibid.,s.249).

Tal i bråkform är ett centralt innehåll i den svenska läroplanen genom hela grundskolan (Skolverket 2017). Karlsson och Kilborn (2015a, s.167) menar att en genomtänkt konkretisering i samband med de olika *ansikten* som bråktalen kan dyka upp i, bland annat som ett tal, en del av en helhet eller en del av ett antal, krävs för att elever ska kunna behärska begreppet bråk.
1.3.1 Sverige och Malta


Ämnet matematik är ett obligatoriskt skolämne där området bråk tas upp som ett centralt innehåll i årskurs 4-6. Det centrala innehållet som berör tal i bråkform är,

- Rationella tal och deras egenskaper.
- Tal i bråk- och decimalform och deras användning i vardagliga situationer.
- Tal i procentform och deras samband med tal i bråk- och decimalform.

(Skolverket 2017, s.58)

Republiken Malta är en ögrupp i medelhavet. Landet har drygt 420 tusen invånare. Den obligatoriska undervisningen är indelad i två block där det första blocket, Primary School, börjar från det år barnet fyller 5 år och kallas för Year 1. Det andra blocket, Secondary School, sträcker sig vanligtvis från att barnet fyllt 10 år till och med att barnet gått ut Year 11 då barnet är normalt är 16 år (Ministry for Education and Employment 2014).

I den nationella läroplanen, National Curriculum Framework 2012, anges matematik som ett obligatoriskt skolämne (Ministry for Education and Employment 2012, s.17). Kursplanerna i matematik är uppdelade i fyra olika böcker vad gäller den obligatoriska skolgången, Year 1-6, Year 7, Year 8 samt Year 9-11. Jag väljer att presentera det kursplanen i matematik behandlar avseende bråk för Year 8 då detta motsvarar den svenska läroplanen i matematik och årskurs 6, vilket gör vilket möjligt för mig att jämföra dessa i studiens diskussiondel. Eleverna i Year 8 ska kunna och klara av att:

- Write a fraction that is equivalent to another fraction and change improper fractions to mixed number and vice-versa.
- Add and/or subtract two fractions, including mixed numbers.
- Arrange fractions in ascending/ descending order; understand that the reciprocal of a number is its multiplicative inverse.
- Multiply and divide one fraction by another fraction, excluding mixed numbers.
- Solve problems involving fractions.

(Mathematics Curriculums 2012, s.36)

I kapitlet som följer sker en fördjupning av vad konkretisering och bråktalsbegreppet innebär och hur dessa kommer att användas i min undersökning.
2. Teoretisk inramning
Syftet med denna studie är att jämföra två svenska och två maltesiska läroboksserier i årskurs 4 ur ett matematikdidaktiskt perspektiv, med fokus på hur området bråk presenteras.

Teorivalet grundar sig i didaktisk ämnesteori som är en utbildningsvetenskaplig teori och beskriver hur barn tar till sig kunskap inom ett ämne, i detta fall matematik. Detta bygger på att teorin ska vara individuellt anpassad, alltså kunna brukas vid undervisning av elever med olika behov, förmåga, motivation och förkunskaper (Löwing 2008, s.9). De teorier som valts för att uppnå studiens syfte är konkretisering samt bråktalsbegreppet. Nedan följer en närmare beskrivning av vad dessa innebär.

2.1 Konkretisering en process till abstraktion
Gösta Setterberg, forskare i matematik förespråkade åskådlig matematikundervisning anpassad efter barnens/elevernas utvecklingsgrad i boken, Åskådlig matematikundervisning, (1913, ss.3-4). Med åskådlig matematisk undervisning menade Setterberg att undervisningen ska vara så konkret att eleverna begriper det läraren vill förmedla. Författaren förtydligar genom ett exempel att vid konkretisering med hjälp talspråk kan det räcka med att man talar om, i det här fallet, ett äpples delning som liknelse för elever som är 10 år gamla. År eleverna däremot 4 år gamla kan det vara svårt för dem att förstå resonemanget utan att faktiskt se ett äpple som delas (ibid.). Knud Grue-Sörensen, forskare i pedagogik, skriver likt Gösta Setterberg om åskådlighet (Grue-Sörensen 1974, s.48 se Karlsson och Kilborn 2015a, s.135). Grue-Sörensen menar att man kan åskådliggöra genom konkreta material men även att en åskådlighet kan ske genom språklig framställning. Detta med hjälp av bland annat liknelser och metaforer, för att underlätta för eleverna att begripa sig på det som presenteras (ibid.).

Karlsson och Kilborn, forskare i matematik, menar att konkretisering är all didaktisk verksamhet som leder till abstraktion. Konkretisering är ett förhållningssätt, en process som ska leda till abstraktion (Karlsson och Kilborn 2015a, s.139).

Med konkretisering menar vi all didaktisk verksamhet som leder till abstraktion, alltså förståelse av, och förmåga att använda, begrepp, strukturer och metoder.

(Karlsson och Kilborn 2015a, s.139)

Det görs genom att med hjälp av material, erfarenheter eller metaforer bilda sig en generell uppfattning om det som ska läras. Med abstraktion menas här processen vid konkretisering som sorterar bort det oväsentliga från en företeelser eller ett begrepps egenskaper.
Generalisering innebär att gå ett steg längre än den redan abstraherade företeelsen eller begreppet till ett mer allmängällande stadium (ibid., s.12). Alltså att genom konkretisering skapa förståelse för ett begrepp eller en metod genom att förtydliga, förklara och åskådliggöra. Exempel som är belysande är därför viktiga för att samordna abstrakta och generella begrepp i elevens tankevärdl (ibid., s.139).

Matematik är en vetenskap där språket är avgörande för att kunna begripa sig på den abstrakta karaktären. Språket är även ett viktigt redskap för att kunna tillämpa men även kommunicera matematik (Karlsson och Kilborn 2015b, s.21). Vidare kan språk och olika tillvägagångssätt, metoder, vara besvärliga att förstå sig på för elever som inte lärt sig att resonera utan fått manipulera med material där kommunikationen bestått av att peka och flytta på materialet. Därför bör konkretiseringen också omfatta språk så att eleverna kan beskriva olika fenomen och metoder även när det inte finns tillgång till laborativa material (Karlsson och Kilborn 2015a, s.141).

Konkretisering kan ske på många sätt, det kan ske med stöd av analogier, liknelser, till en metod eller ett begrepp och med eller utan konkretiserande material men bör dock alltid bygga på någon form av erfarenhet (ibid., ss.11,141). Några exempel på hur konkretisering kan ske är genom, (ibid., ss.11,12)

- att exemplifiera med hjälp av elevens omvärld, det kan handla om pengar, ålder.
- att använda sig av metaforer/analogier, exempelvis funktioner som en maskin.
- att exemplifiera med hjälp av en modell som har en liknande struktur, exempelvis chokladkakemodellen vid addition av bråk.
- språket och/eller basera på tidigare abstraherad konkretisering.

innan eleverna utvecklat sin förmåga att resonera utan hjälp av konkreta material. Alltså, vid induktiv metod utgår man från det konkreta för att sedan gå över till det abstrakta (Karlsson och Kilborn 2015a, s.141).


Konkretisering via deduktiv metod har sin början i definition av begrepp och vad som menas med, i det här fallet, bråk som ett tal. Om eleven redan begriper sig på bråk som ett tal kan kunskapen byggas vidare med detta som bas genom att låta eleverna storleksordna olika tal i bråkform på exempelvis tavlan. Den här typen av övningar lämpar sig väl i form av laborationer varvid också förmågan att resonera kring begreppen tränas. För eleven gäller att ju fler metoder eller modeller den behärskar kring ett fenomen desto större är möjligheten att generalisera kunskapen och utveckla nya lösningar på relaterade problem. Variationen gör också att eleven kan välja det sätt som den förstår bäst för sin inlärning (ibid., s.145).

Sammanfattningsvis, vid konkretisering via deduktiv metod utgår man från det abstrakta och rör sig mot det konkreta. ATT generalisera från ett exempel eller att generalisera genom att åskådliggöra en viss metod eller en given sats kan ske genom samma analogier och konkretiserande material, skillnaden här är alltså tillvägagångssättet (ibid., ss.140-142).

I denna uppsats kommer Karlssons och Kilborns (2015a) syn på konkretisering att användas vid analysen av de studerade läroböckerna för att kunna urskilja konkretisering, då en sådan sker. Vidare kommer jag att dela in konkretiseringen i hur denna sker, med induktiv eller med deduktiv metod. Slutligen kommer teorierna om konkretisering ligga till grund för de slutsatser som dras.

### 2.2 Bråkbegreppet

Forskaren Alistair McIntosh skriver om bråk i sin bok *Förstå och använda tal: en handbok* (2008). McIntosh menar att bråk kan nyttjas för att formulera andelar av en storhet eller en mängd. Begreppet *bråk* används på olika sätt i olika läromedel. Ett sätt kan vara att se bråk som ett slags tal och ett annat som ett sätt att beteckna ett tal, exempelvis $\frac{1}{2}$ och $\frac{3}{6}$ som är två
olika bråk men beskriver samma tal (McIntosh 2008, s.27). Den vardagliga användningen av tal i bråkform avgränsas ofta till ”hälften av”, ”fjärdedelar av” men även uttryck som ”en bräkdel av” eller ”en kvart” härstammar från bråk.

Grunden för att begripa sig på bråkformen är att förstå en samling föremål eller en helhet indelad i ett antal delar. En enda sådan del kan uttryckas som ett stambråk, där täljaren är 1 alltså en halv, en tredjedel eller en fjärdedel (McIntosh 2008, s.28). Det är centralt och en förutsättning att vara införstådd med att två olika bräkuttryck kan representera samma tal. Alltså två bråk kan se olika ut men ändå beteckna samma tal (ibid.). Vid olika operationer av tal i bråkform är det även viktigt att ta hänsyn till två basala begrepp, nämnarens innebörd och täljarens innebörd. Nämnaren bör ses som en enhet, alltså den man opererar med, exempel på sådana enheter är 1/2, 1/4 och 1/5. Täljarens innebörd, beskriver hur många enheter som avses. Täljaren i talet 3/4 är 3 detta då talet har innebörden 3 · 1/4. En tredje grundläggande egenskap är att varje bråk kan skrivas på oändligt många sätt, exempelvis 1/3 = 2/6 = 3/9 ...
(Karlsson och Kilborn 2015b, ss.171-172).


(Bild av Lidia Weiderling inspererad av Karlsson och Kilborn 2015, s.92)
- **En del av en helhet**, en grundläggande idé när det gäller bråket som del av en helhet är likandelning. Om man delar en helhet i tre lika stora delar, blir en av delarna en tredjedel. Genom att skriva med bokstäver en tredjedel blir det tydligare att bråkdelarna är enheter och på så vis underlättar man även arbete med fler än en del. Två tredjedelar kan då förstås som två andelar av storleken en tredjedel. För att förebygga missförstånd när det gäller bråk som del av helhet kan exempelvis uppdelning göras med skuggning enligt bilderna nedan (ibid. ss.93-95).

![Tre lika stora delar, en av delarna är därför en tredjedel.](Bild av Lidia Weiderling inspererad av Karlsson och Kilborn 2015, ss.93-95)

- **En del av ett antal**, grundsatsen om likandelning är även av betydelse för att förstå bråk som del av ett antal. Ett exempel när man ska ta hälften av ett föremål är att separera föremålen så att man tydligt ser principen. Att även passa på och visa att föremålen kan separeras i tre grupper med lika många föremål i varje grupp bidrar till att uppfatta talens delare. Vilket i sin tur underlättar vid uppgifter av typen \( \frac{1}{2} \) av 12 för att kunna se mönstret \( 12 = 4 \cdot 3 \).

Andelen av ett antal är alltså tätt sammankopplad med division och uppdelning i olika faktorer (Karlsson och Kilborn 2015a, s.95).

![Andelen av ett antal](Bild av Lidia Weiderling inspererad av Karlsson och Kilborn 2015, ss.93-95)

- **Division som metafor**, Det är vanligt att i den svenska skolan inte skilja mellan tecknet för division och ett bråkstreck. Detta anses som mindre bra då de har olika betydelser. \( \frac{2}{5} \) ska tolkas som divisionen av 2 med 5, som en räkneoperation, medan \( \frac{2}{5} \) betecknar ett tal skrivet i bråkform. Divisionen \( 2/5 \) och bråket \( \frac{2}{5} \) svarar mot samma tal men har helt olika innebörd och svarar mot olika begrepp (Löwing 2008, s.251).

- **Som en skala**, på en ritning eller en karta: 1:10 000 (Karlsson och Kilborn 2015a, s.167).

Karlsson och Kilborn (2015a, s.167) menar att för att begripa sig på begreppet bråk krävs det att man får möta och behärska alla dessa varianter av bråk.
Jag kommer att kategorisera de tal som förekommer i bräkform i de studerade läroböckerna utifrån de olika aspekterna, *ansiktena*, jag presenterat ovan, bräk som ett tal, del av en helhet, del av ett antal, division som metafor och som en skala. Teorierna om bråktalsbegreppet kommer att ingå i analysdelen och de slutsatser som dras.

2.3 Sammanfattning


3. Tidigare forskning
I detta avsnitt presenteras tidigare forskning som är av relevans för denna studies syfte. Den forskning som tas upp här är därför kring lärobokens ställning och styrning, forskning om åskådighetens betydelse alltså konkretisering, elevers svårigheter med tal i bräkform samt forskning om internationella komparativa läromedelsanalyser.
3.1 Lärobokens ställning och styrning


En annan slutsats i artikeln är att läroboken ofta står för innehållet i undervisningen, läroboken definierar troligen målet och fyller en disciplinär funktion. Här understryks samtidigt att det faktiskt är läraren som i slutändan står för det avgörande valet av stoff och struktur i undervisningen. Om läraren väljer att följa ett läromedel så kan en anledning vara att kunskaps- och inlärningssynen stämmer överens med lärarens (ibid., s.331). En annan syn på lärobokens funktion kan vara ur ett lärarperspektiv, att denna garanterar kursplanens eller läroplanens mål. I samband med detta tar artikeln upp lärobokens centrala plats i matematikundervisningen och att läroboken fungerar som en garanti för att undervisningsinnehållet återspeglar läroplanen (ibid., s.333).

Slutligen målar Englund (1999, s.338) upp läroböcker som väv av texter som är bärare av information och kunskap som manifesterar och stödjer till att vidmakthålla socialt konstruerade sätt att se på världen. Läroböcker är ett exempel på vad som räknas som kunskap i skolvärlden. Lärobokstexter är alltså inte bara en källa till kunskap utan även en norm för kunskap (ibid.).

3.2 Elevers svårigheter med tal i bråkform

Forskaren Löwing sammanfattar resultat från tidigare undersökningar om elevers kunskaper om bråk och bråkräkning i sin bok Grundläggande aritmetik (2008). Löwing återberättar en intervju med två elever som fått multiplicera av två bråktal \( \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \) uppgiften valdes på sådant sätt bråktalen kunde med lätteth överföras till decimaltal. En av eleverna i intervjun började uträkningen genom att omvandla bråktalen till decimaltal för att därefter inse att det inte var så lätt att multiplicera talen. En slutsats Löwing drar här är att då många lärare och läromedelsförfattare undviker tal i bråkform så lär dessa elever att just omvandla talen i bråkform till tal i decimalform vilket fungerar under förutsättning att talen kan skrivas om till tal i decimaltal. En följd som uppstår är att eleverna inte lär sig handskas med liknande räkneoperationer och i och med detta saknar förkunskaper gällande algebra (s.247).
Löwing skriver vidare att dessa elevsvar inte är tillfälliga utan i en studie från en diagnos utförd på cirka 500 elever i årkurs sju och nio missade uppmot varannan elev i årkurs nio att svara rätt på räkneoperationen \( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \) och \( \frac{3}{5} - \frac{1}{1} \), en orsak till detta tros vara att eleverna inte förstår att bråk kan adderas och subtraheras om dessa en gemensam nämnare (ibid., ss.247-248). Då bråk förekommer i olika situationer kan det vara svårt för eleverna att genomskåda vilken av modellerna för bråkräkning som ska användas, detta målas även upp för bråkens olika ansikten (Kilborn 1990 se Löwing 2008, s.250).

### 3.3 Åskådlighetens betydelse


Debrentis (2015) slutsatser av studien var att vid undervisning i matematik behövs konkret och åskådligt material. Vidare konstaterade forskaren att fastän en uppgift är krävande kan den lösas med hjälp av åskådlighet, med hjälp av språk och konkret material, så att eleverna begriper sig på problemet. En hypotes inför studien var att olika representationsmodeller och även språket, åskådighet, skulle hjälpa eleverna att lösa problemet. Hypotesen visade sig vara korrekt då en större andel studenter klarade av uppgiften från grupp 2 och 3 som löste problemet med hjälp av olika figurer (representationer, åskådligt material).

### 3.4 Komparativa läromedelsanalyser med koppling till bråktalsbegreppet

Forskaren Yang (2017) sammanfattar i artikeln *Study of fractions in elementary mathematics textbooks from Finland and Taiwan*, sin studie om hur tal i bråkform presenteras i grundskoleläroböcker i matematik från Finland och Taiwan. En slutsats Yang (2017) drar är att i läroböckerna från Finland var fokus att utveckla en större förståelse för bråkaspekten, en del av en helhet. En annan slutsats var att uppgifterna i böckerna från Finland i större utsträckning bestod av uppgifter där eleverna kan relatera till sin egen vardag.

Charalambous, Delaney, Hsu och Mesa skriver i forskningsartikeln, *Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries* (2010) om deras undersökning av matematikläroböcker från tre olika länder, Cypern, Irland och Taiwan. Artikeln handlar om att undersöka hur addition och subtraktion presenteras i matematikläroböckerna från de tre länderna med koppling till bråktalsbegreppet. Delaneys m.fl. (2010) slutsatser var bland annat att läroböcker inom ett land var mer lika varandra än läroböcker länder emellan. Detta var särskilt framträdande i länderna Irland och Taiwan där ett flertal läroböcker var tillgängliga att studera. En annan slutsats var att läroböckerna från Taiwan ställde högre krav på kognitiva förmåga än läroböckerna från Cypern och Irland.

Forskarnas förslag till varför läroböcker mellan olika länder skiljer sig mer åt än läroböckerna inom ett land är att det kan vara på grund av kulturella skillnader.

### 3.5 Sammanfattnings

Läroboken har en mycket stark och tongivande ställning i undervisningen. Läroboken kan stå för innehållet i undervisningen, definiera de mål som finns uppsatta i kursplanerna och även uppfylla en disciplinär funktion (Englund 1999). Många lärare och läromedelsförfattare undviker tal i bråkform, detta resulterar i att elever inte lär sig handskas med dessa och i och med det saknar grundläggande förkunskaper för exempelvis algebra ( Löwing 2008, s.247).

Debrentis (2015) drar slutsatsen i sin forskning att vid undervisning i matematik behövs konkret och åskådligt material. Åskådlighet kan hjälpa eleverna att begripa problem de ställs
inför (ibid.). Komparativa läromedelsanalyser har visat att området bråk ofta visas i slutet av läroböckerna, vilket kan resultera i att kapitlen uppmärksammas mindre av lärarna. Vidare är det av betydelse för elevernas motivation att förstå den vardagliga nyttan av tal i bräkform (Alajmi 2012). Komparativa läromedelsanalyser har även visat att läroböcker inom ett land är mer lika varandra än läroböcker länder emellan, dessa skillnader kan vara på grund av kulturella skillnader (Delaneys m.fl. 2010). Forskningsartiklarna som tagits upp kommer att stå till grund för analysen av läroböckerna och de slutsatser som dras.

4. Metod och material


4.1 Forskningsdesign


4.1.1 Komparativ design

Studiens design är *komparativ* där resultatet från undersökningen jämförs kontrastivt mellan länderna Sverige och Malta. En komparativ design kan implementeras med hjälp av både kvalitativ och kvantitativ metod (ibid., s.80). De komparativa aspekterna som analyseras sker utifrån resultat och analysdelen av matematikläroböckerna och svarar på syftesfrågan: Vad finns det för likheter och skillnader med avseende på hur området bråk presenteras och konkretiseras mellan de läroböcker som analyserats från Sverige och Malta? Nedan följer de frågor som står till grund för den komparativa analysen.

1. Vad finns det för likheter och/eller skillnader mellan de analyserade läroböckerna med avseende på hur området bråk presenteras och konkretiseras?

2. Vad finns det för likheter och/eller skillnader gällande utbildningssystemen mellan Sverige och Malta?
4.2 Forskningsmetod


4.3 Urval och insamling av material

I urvalsprocessen tillfrågades tre lärare i både Sverige och Malta om vilken lärobok i matematik de använder sig av. Urvalet är därför baserat på de svar jag mottog men även utifrån observationer under min verksamhetsförlagda utbildning och under min tidigare C-uppsats (Weiderling 2017). De svenska läroböckerna lånades på ett bibliotek och de analyserade böckerna på Malta köptes in från den största leverantören av läroböcker på Malta, Agenda bookshop. Valet att analysera matematikläroböcker som motsvarar svenska årskurs 4, bygger även denna på min förra C-uppsats då jag observerade elever i årskurs 4 och det föll sig naturligt att undersöka böcker i samma årskurs.

4.3.1 Avgränsningar

På grund av att studiens tid är begränsad behöver vissa avgränsningar göras. En avgränsning är att två läroboksserier vardera från Sverige och Malta analyserades där vardera serie täcker ett skolår. En annan avgränsning är att endast området tal i bråkform analyseras närmare, närmare bestämt hela sidor om tal i bråkform, sidor som är blandade med geometri eller multiplikation kommer jag att endast med att tal i bråkform förekommer och inte analysera. Vidare kommer på frågan Hur sker konkretiseringen av bråk, induktivt eller deduktivt? (från analysmallen) avgränsas till endast ett exempel från vardera bok, alltså alla konkretiseringar från böckerna kommer inte att redovisas utöver konstaterandet att de finns men alla kommer
bedömas huruvida de är induktiva eller deduktiva. Från ländernas kursplan i matematik presenteras och jämförs enbart området som behandlar bråk.

4.3.2 Presentation av de valda läroböckerna från Sverige och Malta
Nedan följer en kort presentation av de analyserade matematikläroböckerna från Sverige och Malta. I tabellen framgår namn på böckerna, namn på förlag som gett ut böckerna, vilket år böckerna är utgivna samt totalt sidantal enligt innehållsförteckningen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok från</th>
<th>Lärobok</th>
<th>Förlag</th>
<th>Utgivningsår</th>
<th>Sidantal</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Sverige</td>
<td>Koll på matematik 4A</td>
<td>Sanoma Utbildning</td>
<td>2014</td>
<td>144</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Koll på matematik 4B</td>
<td>Sanoma Utbildning</td>
<td>2015</td>
<td>144</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Matte Eldorado 4A</td>
<td>Natur &amp; Kultur</td>
<td>2011</td>
<td>160</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Matte Eldorado 4B</td>
<td>Natur &amp; Kultur</td>
<td>2013</td>
<td>160</td>
</tr>
<tr>
<td>Malta</td>
<td>Busy Ant Maths 6A</td>
<td>Harper Collins Publishers</td>
<td>2015</td>
<td>100</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Busy Ant Maths 6B</td>
<td>Harper Collins Publishers</td>
<td>2015</td>
<td>100</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Busy Ant Maths 6C</td>
<td>Harper Collins Publishers</td>
<td>2015</td>
<td>100</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Abacus for Malta 1</td>
<td>Pearson Education</td>
<td>2007</td>
<td>73</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Abacus for Malta 2</td>
<td>Pearson Education</td>
<td>2007</td>
<td>64</td>
</tr>
</tbody>
</table>

| Läroböcker från Sverige och Malta.

4.4 Analysmetod, analysverktyg och genomförande
Nedan följer en närmare beskrivning över de analysmetoder som valts för denna studie, kvantitativ och kvalitativ innehållsanalys som följs av hur jag tillämpar dessa i min studie. Därefter redogör jag för de analysverktyg som kommer att användas vid analysen av läroböckerna samt analysmallen jag utgår från vid frågeställningarna.

4.4.1 Innehållsanalys
Metoden innehållsanalys hjälper till att analysera ett dokument innehåll. Metoden kan tillämpas på olika typer av text, såsom skrift, bild eller ljud och framföllt för att kvantifiera innehållet på ett systematiskt och replikerbart sätt utifrån kategorier som utformats i förväg (Bryman 2011, s.281).
Den kvantitativa innehållsanalysen kommer att användas för att räkna upp hur många gånger konkretisering förekommer i det område som behandlar bräk i läroböckerna, hur stor andel av de analyserade matematikläroböckerna som består av tal i bräkform samt hur fördelningen av de olika bräkansikttena, som ett tal, en del av en helhet, en del av ett antal, division som metafor eller som en skala, sker. Vidare kommer den kvantitativa analysen användas för att räkna vilken skepnad, ansikte, av bräk som förekommer mest. Utifrån studiens teoridel om konkretisering och bråktalsbegreppet har en analysmall (Tabell A), analysverktyg (Tabell V1, V2, V3) och räkneschema skapats, se Bilaga 1-9.

För att kunna jämföra böckerna komparativt krävs en djupare analys, därför behövs även kvalitativ metod. Kvalitativ innehållsanalys används när man studerar en texts innehåll med syfte att finna samband, mönster och likheter eller skillnader (Larsen 2009, s.101). Liksom den kvantitativa innehållsanalysen utgår man från förbestämda kategorier och frågor vid analysen dock tittar man på ett större område för att kunna begripa sig på texten som helhet. Med hjälp av denna metod har man möjlighet att ta reda på vad som kommunikeras genom texten (Denscombe 2009, s.308). Denna metod kommer att användas vid analysen av hur tal i bräkform presenteras och hur konkretisering sker, induktivt eller deduktivt, men även när läroböckerna ska jämföras med varandra, se analysmall (Tabell A) för att få inblick i de kvalitativa frågorna som jag ställt kring läroböckerna.

4.4.2 Analysverktyg och genomförande

Utformningen av analysverktyg är viktig och avgörande vid läromedelsanalys av läroböcker, denna sträcker sig från läromedlens utseende till dess didaktiska innehåll (Fan 2013, s.772). Analysredskapet utformades utifrån studiens frågeställningar. Analysredskap, räkneschema och analysmall är även utformade utifrån studiens teoridel. Rienecker och Jorgensen skriver att man kan göra en teori till analysverktyg, en teori kan vanligtvis avbildas i en modell som synliggör teorins huvudelement och deras innebörd. Modellen kan sedan användas som underlag vid insamlandet av data som sedan utgör grunden till analysen. Man väljer alltså ut några dimensioner från teorin och gör dem till analysredskap (ibid, s.218).

Både den kvalitativa och kvantitativa ansatsen är av betydelse för att kunna svara på studiens forskningsfrågor. Den kvantitativa analysen hjälper mig att besvara forskningsfrågan, Hur stor andel av de analyserade matematikläroböckerna består av tal i bräkform? På den andra forskningsfrågan, Hur presenteras bräk i de analyserade matematikläroböckerna från Sverige

<table>
<thead>
<tr>
<th>Typ av metod</th>
<th>Frågor till texten:</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td><strong>Kvantitativ innehållsanalys</strong></td>
<td><strong>Steg 1</strong>, Hur många sidor har boken?</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 2</strong>, Hur många sidor omfamnar kapitlet om bråk? Här räknas hela sidor där enbart tal i bråkform förekommer. Urval sidor.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 3</strong>, Hur många uppgifter finns det på de utvalda sidorna?</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 4</strong>, Hur många gånger sker konkretisering på de utvalda sidorna? Se analysverktyg 1, 2</td>
</tr>
<tr>
<td><strong>Kvalitativ innehållsanalys</strong></td>
<td><strong>Steg 5</strong>, Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna och vilken av bråkens olika ”ansikte” är mest vanlig? Se analysverktyg 2</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 6</strong>, Hur sker konkretiseringen av bråk? Se analysverktyg 1</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 7</strong>, Genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, inductive eller deductive? Se analysverktyg 3.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td><strong>Steg 8</strong>, Komparativ analys av de analyserade böckerna</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tabell A, Analysmall


**Steg 1**, läsa ut hur många sidor läroboken har. Antal sidor utlästes utifrån
innehållsförteckningen. **Steg 2**, bestod av att utläsa från innehållsförteckningen hur många sidor som omfamnar bråk. Om det inte fanns ett kapitel som vid namn bråk bläddrade jag sida för sida för att se om det förekommer tal i bråkform i boken. Enbart hela sidor som handlade om tal i bråkform togs med i resultat och analysdel.

**Steg 3**, var att räkna antal uppgifter på de utvalda sidorna, varje tal räknades. Exempelvis uppgift 1 a, b och c räknas som tre uppgifter.

**Steg 4**, var att med hjälp av Analysverktyg 1, kvantifiera antalet konkretiseringar som förekom på de utvalda sidorna. Kategoriseringen av de olika typerna av konkretisering skedde utifrån Karlssons och Kilborns (2015a) teorier om konkretisering.

**Tabell V1, Analysverktyg 1**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Hur sker konkretiseringen?</th>
<th>Exempel för hur avprickningen fördelas.</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Ingen konkretisering</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Vardaglig koppling</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Metafor</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Modell</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>I form av språk.</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>


**Steg 6**, var att utifrån Analysverktyg 1 dela in hur konkretiseringen sker, med vardaglig koppling, språkligt, modell, metafor eller ingen konkretisering.

**Steg 7**, är det sista steget vid analysen av läroböckerna. I detta steg analyseras genom vilken metod konkretiseringen i området bråk sker, induktivt och/ eller deduktivt, detta utifrån Karlssons och Kilborns (2015a) teori om konkretisering. Se Analysverktyg 2.

**Steg 8**, handlar om att utifrån de slutsatser som gjorts av läroböckerna, ställa dessa mot varandra kontrastivt, definiera likheter och skillnader, de frågor jag kommer att utgå finns under rubrik 4.1.1 och utgör studiens design.
analysverktyg som jag skapat bygger på min tolkning av de teorier jag har presenterat under avsnittet _teoretisk inramning_.

Inom forskning finns vissa forskningsetiska principer som _Vetenskapsrådet_ fastslagit. Dessa är _samtyckeskravet, konfidentialitetskravet, informationskravet_ samt _nyttjande_ kravet (Vetenskapsrådet 2017, ss.13-14). Då jag gör en textanalys är de nämnda kraven inte direkt applicerbara. Men då jag publicerat bilder i studiens resultatdel, från läroböckerna som är upphovsrättskyddade, kommer de förlag som inte godkänt detta i för väg censureras innan uppsatsen läggs upp på internetbaserade sidor som DIVA.

5. _Resultat och analys_

I avsnittet som följer redovisas resultatet från den kvantitativa och kvalitativa delen av studien, vilket följs av analys. Jag kommer att presentera resultaten och analysen för en läromedelsserie i taget. Presentationen av läroböckerna sker med utgångspunkt från Sverige och sedan de från Malta. Resultaten analyseras vidare komparativt i nästa kapitel.

5.1 Böcker från Sverige

Den kommande texten består av resultat och analys av matematikläroböckerna från Sverige. Jag kommer att presentera resultaten från den kvantitativa delen först för att sedan presentera det undersökta området och sedan analysera dessa mot de teorier och den forskning jag presenterat i kapitlen, Tidigare forskning och _Teoretisk inramning_. Läromedelsserien Koll på Matematik 4A och Koll på Matematik 4B presenteras först och därefter serien Matte Eldorado 4A och Matte Eldorado 4B.

5.1.1 Koll på matematik

5.1.1.1 Koll på matematik 4A

Resultat: I Tabell 1 redovisas antalet sidor i boken, urvalet av sidor för undersökningen, urval uppgifter och antal konkretiseringar inom urvalet.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Koll på matematik 4A</td>
<td>144</td>
<td>7</td>
<td>67</td>
<td>4</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tabell 1, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Koll på matematik 4A.

Utifrån tabellen kan man utläsa att det är totalt 144 sidor i boken, dessa är indelade i fem kapitel. Bråk behandlas inom kapitel 4 som handlar om multiplikation och division men
enbart sidorna från divisionsdelen analyseras och dessa är 7 till antalet. Kapitlet om division inleds med ett exempel om hur $\frac{28}{4}$ kan räknas ut, se Bild 5.1.

![Bild 5.1. Koll på matematik 4A (Björklund, Dalsmyr och Sanoma Utbildning AB, 2014, s.92)](image1)

Sedan fortsätter kapitlet med uppgifter av samma sort på sidorna 92 och 93 för att på sidan 94 ge ett nytt exempel om hur division med 10 respektive 100 kan göras, ett exempel är uppgift 28a som handlar om att utföra divisionen $\frac{50}{10}$, detta följs upp med räkneuppgifter av samma sort. Sid 95 bygger på föregående sida, se Bild 5.2.

![Bild 5.2. Koll på matematik 4A (Björklund, Dalsmyr och Sanoma Utbildning AB, 2014, s.95)](image2)

På sida 96 och 97 får eleverna välja bland de olika förmågorna metod och problemlösning och öva extra på dessa. Nästa sida som handlar om tal i bråkform är sid 105, denna är även den sista sidan i läroboken som handlar om bråk och är en repetitionssida där eleverna får utföra divisioner av sorten $\frac{500}{100}$.

**Analys:** Läroboken bedöms ha 7 sidor där enbart tal i bråkform förekommer, detta motsvarar cirka 5% av bokens innehåll. Vidare presenteras tal i bråkform i kapitel 4 som är näst sista kapitlet i boken. Alajmi (2012) menar att bråktalens placering i läroboken är av betydelse och om tal i bråkform återfinns i de sista kapitlen kan detta bidra till att de får mindre uppmärksamhet av läraren.

För frågan, Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna och vilket av bråkens olika ansikten är vanligast? och från de 67 uppgifterna så beräknas 8 stycken vara del av antal och 59 stycken av ansiktet division som metafor. Till exempel är uppgifterna 33 och 34, se Bild 5.2 ovan, av sorten division som metafor, där täljare ska divideras med nämnare. Löwing (2008, s.251) skriver att det är vanligt i den svenska skolan att inte längre skilja mellan
tecknet för division (/) och ett bråkstreck vilket anses som mindre bra då dessa har olika betydelse. Tal med bråkstreck betecknar tal skrivet i bråkform medan divisionstecknet ses som en räkneoperation (ibid.).


På frågan, _Via vilken metod sker konkretiseringen av bråk, induktivt eller deduktivt?_ bedöms 3 av 4 konkretiseringar ske induktivt. Den första konkretiseringen i kapitlet om bråk sker induktivt med hjälp av elevernas omvärld med begrepp som idrottslektion, elever och lag se Bild 5.1. Karlsson och Kilborn (ibid., s.141) skriver att den induktiva metoden innebär att generalisera utifrån analogi till ett visst begrepp och att analogin bör vara bekant för eleven för att ge större möjlighet till abstraktion. I konkretiseringen, Bild 5.1, kan vi utläsa analogier som, en klass på 29 elever ska delas in i fyra lag under idrottslektionen, här används konkreta begrepp som eleverna kan relatera till och därmed förstå. Vid induktiv metod utgår man alltså från det konkreta och rör sig mot det abstrakta (ibid.).

5.1.1.2 Koll på matematik 4B

Resultat: I Tabell 2 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Koll på matematik 4B</td>
<td>144</td>
<td>16</td>
<td>203</td>
<td>9</td>
</tr>
</tbody>
</table>

 Tabell 2, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Koll på matematik 4B

Det är totalt 144 sidor även i denna bok, dessa är indelade i fem kapitel. Två kapitel studerades. Dels kapitlet _Skala_, s.34-39, 52, och dels kapitlet _Division_, s.88-89, 98-103, 106. Det finns totalt 68 uppgifter i kapitlet _Skala_ fördelat på sju sidor varav en sida (sid 52) är repetitionssida. Sida 34, se Bild 5.3, inleds med ett exempel på vad skala innebär och följs av uppgifter om att förminska, förstora och vidare övning på att utföra dessa beräkningar.
På sidorna 38-39 får eleverna öva förmågorna problemlösning, metod, ord och begrepp och kommunikation/resonemang. Sidorna 88-89 handlar om division med 10, 100 och 1000. Sidorna som följer är om rest vid division, se Bild 5.4 och 5.5, kort division med minnessiffror och kortdivision med flera minnessiffror. På sida 102-103 får eleverna öva mer på förmågorna problemlösning, begrepp, metod och sid 106 är repetitionssida. Det är totalt 135 uppgifter från urvalsgruppen i kapitlet om division.

**Analys:** Av Tabell 2 får det att utläsa att av totalt 144 sidor handlar 16 sidor om enbart tal i bråkform, detta motsvarar knapp 10%. På frågan, *Vilket av bråkens olika "ansikten" är mest vanlig?* bedöms 135 av 203 uppgifter vara av bråkansiktet *division som metafor* där tecknet för division (/) ersatts med bråkstreck vilket kan vara missvisande då ett bråkstreck betecknar tal i bråkform och inte en räkneoperation (Löwing 2008, s.251). Ett exempel på detta är uppgifterna 54 och 55 på sid 99, se Bild 5.4. Bråkansiktet *skala* förekommer på sju sidor där eleverna får arbeta med uppgifter där de ska förstora och förminska föremål likt Bild 5.3. Det är en fördel att eleverna får möta två olika ansikten av talet bråk och på så vis få större förståelse för vilka matematiska modeller som ska användas i de skilda situationer bråkens ansikten kräver (ibid., 250). Dock saknas bland annat ansiktena bråk i form av ett tal, del av antal, del av helhet. Karlsson och Kilborn (2015a,
s.167) menar att för att begripa sig på begreppet bråk krävs det att man får möta och behärska alla dessa varianter av bråk.


På frågan, _Via vilken metod sker konkretiseringen av bråk, induktivt eller deduktivt?_ bedöms samtliga konkretiseringar, 9 till antalet, ske _induktivt_. För exempel se Bild 5.1 och Bild 5.3 där Bild 5.3 utgår från _metaforerna_ förminskning och förstorning vid beskrivning av begreppet skala och vidare från konkreta bilder på tändstickor i olika storlek för att hjälpa eleverna att abstrahera innehållet.

**5.1.2 Matte Eldorado**

**5.1.2.1 Matte Eldorado 4A**

Resultat: I Tabell 3 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Matte Eldorado 4A</td>
<td>160</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

_Tabell 3_, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Eldorado 4A

Bild 5.6 är en av de sidor som tal i bråkform förekommer, dock förekommer inte tal i bråkform på en hel sida och urvalet från denna bok blir noll sidor.

_Bild 5.6. Matte Eldorado 4A (Olsson, Forsbäck och Natur och Kultur 2011, s.43)_
**Analys:** Utifrån innehållsförteckningen kan man utläsa att det är totalt 160 sidor som sträcker sig över fyra kapitel. Utifrån innehållsförteckningen går det inte att utläsa om tal i bråkform förekommer i denna lärobok, alltså det finns inget kapitel för enbart bråk. Sidor där tal i bråkform förekommer återfinns främst på repetitionssidorna och på sidor om likhetstecknet, där dessa visar sig främst i bråkansiktet *division som metafor* men även som en *del av helhet*, se Bild 5.6 för exempel. Uppgift 192 är av ansiktet *del av antal* och bland annat uppgift 191b är av ansiktet *division som metafor*. Dock kommer inga fler sidor att analyseras närmare då det inte förekommer tal i bråkform på helsida.


### 5.1.2.2 Matte Eldorado 4B

Resultat: I Tabell 4 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar från urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Matte Eldorado 4B</td>
<td>160</td>
<td>34</td>
<td>517</td>
<td>17</td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Tabell 4, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Eldorado 4B*


Från kapitel 7 om division analyseras sidorna 86-87, 90-98 totalt 11 sidor och 256 uppgifter, se Bild 5.7 och 5.8 för exempel.
Från kapitel 8 analyseras sidorna 114-126 vilket motsvarar totalt 13 sidor och 189 uppgifter, se Bild 5.9 för exempel.

**Analys:** I kapitel 6 om *skala* bedöms av 75 uppgifter, varav 73 inom bräkansikten *skala* och 2 i *form av ett tal*. Det är totalt 10 sidor som handlar om enbart skala.

Kapitel 7 heter *division*. Av 256 uppgifter bedöms samtliga vara av ansiktet *division som metafor* enligt Löwings (2008, s.251) beskrivning av dessa uppgifter, för exempel se Bild 5.7, uppgift 58 som går ut på att utföra räkneoperationen \( \frac{78}{3} \) alltså 78 dividerat med 3 och ses inte som ett tal i bräkform där talet \( \frac{78}{3} \) innebär 78 stycken \( \frac{1}{3} \). Kapitel 8 behandlar *bräk*. Det är totalt 186 uppgifter fördelat på 13 sidor som behandlar enbart tal i bräkform. 138 uppgifter är i bräkansikten i *form av ett tal* och 48 som *en del av en helhet*. Se Bild 5.9, där uppgift 1 a, b och c är av bräkansikten *del av en helhet*. En grundläggande idé med bräket del av helhet är likadling, man delar alltså en helhet i lika stora delar (Karlsson och Kilborn 2015a, ss.93-95).

På frågan, *Hur presenteras tal i bräkform på de utvalda sidorna och vilket av bräkens olika "ansikten" är mest vanlig?* beräknas, av 517 uppgifter, 256 st vara av ansiktet *division som metafor*, 141 st i *form av ett tal*, 48 st som *en del av en helhet* och 68 st som en *skala*. Bild 5.7 är ett exempel på bräkansikten *division som metafor* och bild 5.9 på bräkansikten *del av en helhet*. I denna lärobok återfinns tre av de fem bräkansikten jag presenterat i studiens teoridel.
De som saknas är bråkansikten *del av ett antal* och *bråket som ett tal*. Karlsson och Kilborn (2015a, s.92) skriver att det ofta läggs ner mest tid åt att arbeta med bråket som del av en helhet vilket kan leda till att eleverna inte får förståelse för att det finns oändligt många tal mellan bland annat bräken \( \frac{1}{2} \) och \( \frac{1}{3} \), vilket är grundläggande för att förstå sig på tal i bråkform.


På frågan, *Genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, induktivt eller deduktivt?* bedöms 11 stycken ske deduktivt och 6 stycken induktivt. För exempel se Bild 5.8 för den deduktiva metoden. Dessa karakteriseras menar Karlsson och Kilborn (ibid., s.118) av att man går från det abstrakta till det konkreta. Man utgår från att presentera en metod eller ett begrepp för att sedan åskådliggöra hur metoden eller begreppets används, kunskapen byggs ofta upp genom resonemang och analys, i det här fallet, hur division med 10, 100 och 1000 utförs.

### 5.2 Böcker från Malta

I detta avsnitt presenteras läroböckerna från Malta, läromedelsserien Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2 presenteras först och därefter Busy Ant Maths 6A, B, C.

#### 5.2.1 Abacus for Malta Number 6

##### 5.2.1.1 Abacus for Malta Number 6, Textbook 1

**Resultat:** I Tabell 5 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Abacus for Malta Number 6, textbook 1</td>
<td>72</td>
<td>10</td>
<td>156</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Tabell 5*, svar från kvantitativa delen av läroboken, *Abacus for Malta Number 6, Textbook 1*

Bild 5.10. Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 (Pearson Education Limited Linacre House 2007, s.23, s.66)

**Analys:** Läroboken innehåller totalt 72 sidor varav 10 handlar om bråk, cirka 13%. Tal i bråkform förekommer på andra sidor också men då dessa är blandade med bland annat multiplikation faller de bort från analysen.


Frågorna, *Hur sker konkretiseringen av bråk, genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, inductivt eller deduktivt?* gick inte att besvara då konkretisering inte förekom i den analyserade boken.

### 5.2.1.2 Abacus for Malta Number 6, Textbook 2

**Resultat:** I Tabell 6 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Abacus for Malta Number 6, textbook 2</td>
<td>64</td>
<td>5</td>
<td>79</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Tabell 6, svar från kvantitativa delen av läroboken Abacus for Malta Number 6 Textbook 2*
Boken innehåller 64 sidor. Innehållet är inte indelat i kapitel utan efter ämne. Av de 65 sidor i boken analyseras 5 st. Dessa är sidorna 43-47 och utifrån innehållsförteckningen handlar de om Fractions, decimals and percentages. Sida 43 inleds med bråk som ska omvandlas i decimalform. Write each fraction as a decimal. Uppgifterna som följer är från 1 till 6 följande; $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{20}, \frac{7}{5}$. Annat exempel på uppgift från boken är från sid 45 och lyder, Write the proportion of red and blue parts on each strip.

**Bild 5.11**

**Analys:** Läroboken innehåller totalt 64 sidor varav 5 handlar om tal i bråkform, cirka 8%. På den kvalitativa frågan, Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna och vilket av bråkens olika ”ansikten” är mest vanlig? beräknas (av 79 uppgifter) 26 vara i bråkansiktet i form av ett tal, 7 som del av antal och 46 som del av en helhet. Uppgifterna från sida 43, 1-6, har jag bedömt som bråk i form av ett tal och uppgifterna från sida 45 uppgift 1 som del av en helhet. Karlsson och Kilborn (2015a, s.92) menar att bråket som ett tal med lättethet kan placeras på en tallinje och storlekordnas. Bråkansiktet del av en helhet som den illustreras på sidan 45, kan enligt Karlsson och Kilborn vara till hjälp för att förebygga missförstånd när det gäller bråk som del av helhet och uppdelning görs med skuggning (ibid. ss.93-95).

Frågorna, Hur sker konkretiseringen av bråk? och Genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, induktivt eller deductivt? kunde inte besvaras då ingen konkretisering kunde iakttas utifrån de sidor som analyserats.

### 5.2.2 Busy Ant Maths

#### 5.2.2.1 Busy Ant Maths 6A

**Resultat:** I Tabell 7 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalssgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Busy Ant Maths 6A</td>
<td>104</td>
<td>15</td>
<td>199</td>
<td>4</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Tabell 7**, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Busy Ant Maths 6A

Det är totalt 104 sidor i boken, innehållsförteckningen är indelad i 4 ”units”, delar. Varje unit är 3 veckor lång och för varje vecka står det specificerat vad eleverna ska lära sig. Tal i
bråkform ingår i Unit 2, under den andra veckan. Kapitlet om tal i bråkform heter *Fractions, factors and multiples* och brer ut sig på sidorna 36-43. Vidare förekommer tal i bråkform på sidorna 84-87, kapitlet heter *Fraction and decimal equivalents* och är det kapitel eleverna ska arbeta med i Unit 4, week 2. Bild 5.12 är inledningen i kapitlet om bråk, sid 36. Därefter följer uppgifter om att förkorta tal i bråkform. Sidorna 38, 39 handlar om att sortera tal i bråkform efter dess storlek och sidorna 40-43 om att addera och subtrahera tal i bråkform.

Bild 5.12 Busy Ant Maths 6A (Jurgensen, Mumford, Roberts, Glithro 2015, s.36)

Sidorna 84-87 handlar om att likställa tal i decimalform med tal i bråkform, se Bild 5.13.

Bild 5.13 Busy Ant Maths 6A (Jurgensen, Mumford, Roberts, Glithro 2015, s.84)

5.2.2.2 Busy Ant Maths 6B

Resultat: I Tabell 8 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar i urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Busy Ant Maths 6B</td>
<td>104</td>
<td>7</td>
<td>108</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tabell 8, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Busy Ant Maths 6B

Det är totalt 104 sidor i boken, ur innehållsförteckningen kan man utläsa att kapitlen startar från Unit 5 och sträcker sig till Unit 8. Tal i bråkform förekommer i Unit 7, Week 1, sidorna 52-59. Sidorna 52-53 inleds med bråktal som eleverna ska addera och subtrahera,

Add and subtract fractions with different denominators and mixed numbers, using the concept of equivalent fractions.

A) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$  B) $\frac{2}{5} + \frac{4}{10}$

Busy Ant Maths 6B (Jurgensen, Mumford, Roberts, Glithro 2015, s.52)

Sidorna 54-55 handlar om att dividera tal i bråkform med heltal. Ett exempel är uppgiften 2a,

Work out these fraction divisions. Give each answer in its simplest form.

A) $\frac{2}{3} \div 3$

Busy Ant Maths 6B (Jurgensen, Mumford, Roberts, Glithro 2015, s.54)

Sidorna 56-57 handlar om att multiplicera tal i bråkform och sidorna 58-59 om problemlösningsuppgifter som involverar tal i bråkform, se Bild 5.14.

Analyser: Av totalt 104 sidor handlar 7 om tal i bråkform, vilket motsvarar 5%. Av totalt 108 uppgifter är 82 i form av ett tal och 26 som en del av en helhet. För exempel om bråk som ett tal se exempel från sidorna 52 och 54 ovan. Exemplet från sid 59 (Bild 5.14) är av ansiktet en del av en helhet med hjälp av metaforen pizza. Notera exemplen innan från sida 54, $\frac{2}{3} \div 3$ här ska talet i bråkform divideras med talet 3. Bråkansiktet division som metafor förekommer inte då divisionstecknet $\div$ används. På så vis lär sig eleverna tal i bråkform och missförstånd om att talet ses som en räkneoperation kan elimineras (Löwing 2008, s.251). Frågorna, Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna och vilket av bråkens olika "ansikten" är
mest vanlig? och Hur sker konkretiseringen av bråk? och Via vilken metod sker konkretiseringen av bråk, inductive eller deductive? kunde inte besvaras då min bedömning är att det inte sker någon konkretisering i de analyserade sidorna.

5.2.2.3 Busy Ant Maths 6C

Resultat: I Tabell 9 redovisas antalet sidor, urval sidor, urval uppgifter och antal konkretiseringar ur urvalsgruppen.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Lärobok</th>
<th>Totalt antal sidor</th>
<th>Urval sidor</th>
<th>Urval uppgifter</th>
<th>Antal konkretiseringar</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Busy Ant Maths 6C</td>
<td>104</td>
<td>9</td>
<td>152</td>
<td>3</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tabell 9, Svar från kvantitativa delen av läroboken, Busy Ant Maths 6C

Det är totalt 104 sidor i boken, av innehållsförteckningen kan man utläsa att kapitlen startar från Unit 9 och sträcker sig till Unit 12. Unit 10, Week 2 samt Unit 12, Week 2 behandlar tal i bråkform. Sidorna 36, 37 handlar om, Fractions, factors and multiple. Bild 5.15, illustrerar inledningen av sida 36.

Sidorna 38-39 handlar om addition och subtraktion av tal i bråkform. Det är mestadels problemlösningsuppgifter där tal i bråkform förekommer, ett exempel är uppgiften 2d,

My running shirt is red, white and green. It is \( \frac{1}{2} \) white and \( \frac{2}{5} \) red. What fraction of my shirt is green?

Busy Ant Maths 6C (Jurgensen, Mumford, Roberts, Glithro 2015, s.38)

Sidorna 40-43 är problemlösningsuppgifter med multiplikation och division med tal i bråkform likt citaten ovan. Sid 88 är den sista analyserade sidan och handlar om sambandet mellan bråktal och tal i decimalform. Ett exempel är uppgift 2 där eleverna ska omvandla stambråken \( \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots \frac{1}{10} \) till tal i decimalform.

Analys: Av totalt 104 sidor är 9 med tal i bråkform, cirka 11%.

På frågan, Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna och vilket av bråkens olika "ansikten" är mest vanlig? bedöms, av 152 uppgifter, 116 vara i form av ett tal och 36 som en del av helhet. På sid 36 kan man se bråkansiktet som ett tal, där dessa ska förenklas och problemlösningsuppgiften från sida 38 som del av helhet då uppgiften handlar om att ange hur

6. Slutsatser
Syftet med denna studie var att jämföra två svenska och två maltesiska matematikläroboksserier i årskurs 4 ur ett matematikdidaktiskt perspektiv, med fokus på hur området bråk presenteras, som ett tal, en del av en helhet, en del av ett antal, division som metafor eller som en skala, och konkretiseras. Läroböckerna har även jämförts komparativt. I detta kapitel följer slutsatser av läromedelsanalysen som gjorts. Först presenteras slutsatserna av de svenska läroböckerna, sedan slutsatserna av läroböckerna från Malta och slutligen jämförs läroböckerna från Sverige och Malta komparativt.

6.1 Slutsatser av böcker från Sverige
Matematikläroboksserien Koll på matematik 4A och B bestod av totalt 288 sidor varav 21 stycken var från urvalsgruppen och handlade om tal i bråkform. Detta motsvarar knappt 8% av läroböckernas innehåll. I läroboksserien Matte Eldorado 4A och B bedömdes, av totalt 360 sidor, 34 stycken tillhör urvalsgruppen vilket motsvarar cirka 9%. Notera att inga sidor analyserades i Matte Eldorado 4A då ingen hel sida innehöll enbart tal i bråkform.

I läroboksserien Koll på matematik 4A och B presenteras tal i bråkform som bråkansiktet division som metafor, skala och som del av ett antal. Det vanligast förekommande bråkansiktet är division som metafor, denna förekom i 194 av 270 uppgifter. I läroboksserien Matte Eldorado 4A och B var, av sammanlagt 517 uppgifter, 256 stycken i form av bråkansiktet division som metafor, 141 stycken i form av ett tal, 68 stycken som en skala och 48 stycken som en del av helhet.

I båda läromedelsserierna är det vanligast förekommande bråkansiktet division som metafor. Löwing (2008, s.251) skriver i sin forskning att detta är vanligt i den svenska skolan och i ämnet matematik att inte längre skilja mellan tecknet för division (/) och ett bråkstreck, vilket anses som mindre bra då dessa har olika betydelser. Tal med bråkstreck betecknar tal skrivet i bråkform medan divisionstecknet ses som en räknoperation (ibid.). Det är vidare en något
bristfällig spridning av de olika aspekterna, ansiktena, i läroboksserien *Koll på matematik 4A* och B, där endast tre av de fem identifierade ansiktena finns, vilket kan begränsa elevers kunskap om tal i bråkform. Vidare saknades bråk i *form av ett tal*, vilket enligt forskarna Karlsson och Kilborn (2015a, s.92) är det ansikte som är viktigast för att nå förståelse för bråket som tal. Därför måste elever få möta denna i undervisningen för att kunna utveckla sin förståelse för bråktsbegreppet.


Sammantaget i den svenska läroboksserien *Koll på matematik 4A* och B presenteras området bråk på de utvalda sidorna som *division som metafor, skala* och som *del av ett antal* där division som metafor sker i drygt 70% av fallen då tal i bråkform förekommer. Konkretiseringen på de utvalda sidorna skedde varannan gång med vardaglig koppling och för samtliga genom den induktiva metoden. I läroboksserien *Matte Eldorado 4A* och B presenteras området bråk på de utvalda sidorna som *en del av en helhet, bråket som ett tal*,...
metafor som division och som en skala där division som metafor används i nästan hälften av fallen. Konkretiseringen på de utvalda sidorna skedde främst språkligt, drygt 75%. Vidare sker konkretiseringen både via induktiv och deduktiv metod där den vanligast förekommande är den deduktiva.

6.2 Slutsatser av böcker från Malta

Matematiklärobokserien Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2 bestod av totalt 136 sidor varav 15 stycken från urvalsgruppen om tal i bråkform. Detta motsvarar lite drygt 11% av böckernas innehåll. I lärobokserien Busy Ant Maths 6A, B och C bedömdes, av totalt 312 sidor, 31 stycken tillhöra urvalsgruppen, motsvarande cirka 10%.

I Läroboksserien Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2 presenteras tal i bråkform genom bråkansiktet i form av ett tal, som del av ett antal och som en del av en helhet. Det vanligast förekommande bråkansiktet är i form av ett tal, denna förekom i 94 av 235 stycken uppgifter. I Busy Ant Maths 6A, B och C var, av sammanlagt 379 uppgifter, 317 i bråkansiktet i form av ett tal, i resterande uppgifter visar sig bråket som del av helhet. I båda läromedelsserierna är det vanligast förekommande bråkansiktet i form av ett tal. Bråkansiktet division som metafor förekom inte i någon av läroböckerna, utan vid division användes tecknet ÷.

I Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2 förekom ingen konkretisering på de analyserade sidorna. I läroboksserien Busy Ant Maths 6A, B och C förekom 7 stycken konkretiseringar där samtliga var språkliga och via deduktiv metod. Språket är ett viktigt redskap för att kunna tillämpa och kommunicera matematik, dock kan språk vara besvärligt att förstå sig på för elever som inte lärt sig resonera utan konkret material (Karlsson och Kilborn 2015b, s.21; Karlsson och Kilborn 2015a, s.141).

Sammantaget i den maltesiska lärobokserien Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2 presenteras bråk på de utvalda sidorna i form av ett tal, som del av ett antal och som en del av en helhet. Det vanligast förekommande bråkansiktet är i form av ett tal som fanns i 40% av fallen då tal i bråkform förekommer. Det förekom ingen konkretisering på de utvalda sidorna i denna läromedelsserie. I läroboksserien Busy Ant Maths 6A, B och C presenteras bråk på de utvalda sidorna i form av ett tal, som del av ett antal och som en del av en helhet. Det vanligast förekommande bråkansiktet är i form av ett tal som stod för drygt 80%.

Konkretiseringen skedde språkligt och via deduktiv metod.
6.3 Komparativ analys av böcker som studerats i Sverige och på Malta

En likhet mellan de analyserade läroboksserierna från Sverige är att den vanligaste förekommande presentationen av bråk är i bråkansiktet *division som metafor*. Vidare förekom det konkretisering av tal i bråkform i båda läroboksserier. I *Koll på matematik 4A och B* skedde konkretiseringen *induktivt* med vardaglig koppling. Medan i läroboksserien *Matte Eldorado 4A och B* skedde konkretiseringen *språkligt* och via *deduktiv* metod. I den maltesiska läroboksserien *Abacus for Malta Number 6, Textbook 1 och 2* förekom ingen konkretisering på de utvalda sidorna. I läroboksserien *Busy Ant Maths 6A, B och C* skedde konkretiseringen språkligt och via deduktiv metod. Forskning tyder på att det behövs konkretisering i form av konkret och åskådligt material i undervisningen (Debrenti 2015).

När det gäller analysen av de maltesiska matematikläromedlen är den vanligaste förekommande presentationen av bråk i bråkansiktet *i form av ett tal*. En annan likhet är att läroboksserierna konsekvent använde tecknet ÷ för division, alltså inga tal i bråkansiktet *division som metafor* framkom och inte heller bråkansiktet *som en skala*. Komparativa läromedelsanalyser har visat att läroböcker inom ett land är mer lika varandra än läroböcker länder emellan (Delaneys m.fl. 2010). Vilket inte stämmer helt med min studie då läroböckerna från Malta skiljs åt då det i *Abacus for Malta Number 6 Textbook 1 och 2* inte förekom någon konkretisering alls i området bråk och i de svenska läroboksserierna, *Koll på matematik 4A och B*, saknades helt bråkansiktet *i form av ett tal*. Bråkansiktet *i form av ett tal* är vidare enligt forskarna Karlsson och Kilborn (2015a, s.92) det ansikte som är viktigast för att förståelse för bråket som tal.

Jämförelsevis är en likhet mellan de analyserade läroböckerna från Sverige och Malta att i ingen av läroböckerna presenterades samtliga ansikten av bråk, *i form av ett tal, som del av ett antal, en del av en helhet samt som en skala*. En skillnad mellan läroböckerna från Sverige och Malta är att i de från Malta ligger fokus på att utveckla elevers förståelse för bråkansiktet *ett tal* medan elever i Sverige främst får möta bråkansiktet *division som metafor*. Löwing (2008, s.251) skriver att det numera är vanligt i den svenska skolan att inte skilja mellan tecknet för division och bråkstrecket. Detta anses som mindre bra då de har olika betydelser, antingen ett tal skrivet i bråkform eller en räkneoperation där bråkstrecket ses som ett tecken för division. Läroböckerna från Malta använde konsekvent tecknet ÷ för division. När det gäller det Svenska och Maltesiska skolsystemet är en skillnad att barn i Sverige har
obligatorisk skolgång, från hösten 2018, från det år barnet fyller 6 år. På Malta har barn skolplikt från året då de fyller 5 år. En likhet är att i både den svenska och maltesiska kursplanen i matematik tas *tal i bråkform* med som ett centralt innehåll i undervisningen.

Avslutningsvis vill jag nämna att i denna studie har enbart två läromedelsserier från Sverige och Malta analyserats med avseende på hur tal i bråkform presenteras och konkretiseras. Då omfattningen av läroböcker från vardera land är liten, endast två läroboksserier har analyserats från vardera land, kan inga generella slutsatser dras kring läroböckerna från vardera land. Forskning tyder dock på att läroboken har en mycket stark och tongivande ställning i undervisningen (Englund 1999; Kilpatrick, Swafford, Findel 2001, s.37). Och det är därför av betydelse vilka val läraren gör avseende de läromedlen som används i klassrummet (Jäder 2015, s.viii). Forskarna Karlsson och Kilborn (2015a, s.166) menar att många lärare och läromedelsförfattare undviker *tal i bråkform*, vilket även framgår tydligt i denna studie och i resultaten av de svenska läroboksserierna. En följd som uppstår är att eleverna saknar förkunskaper i algebra då operationer med tal i bråkform är vital kunskap för att kunna ta sig an algebra (ibid.).

7. **Framtida forskning**

I denna studie har jag undersökt hur matematikläroböcker i årskurs 4 presenterar och konkretiserar området bråk ur matematikdidaktisk synpunkt. Ett förslag på vidare forskning vore att undersöka hur lärare undervisar om tal i bråkform, alltså hur lärare konkretiserar tal i bråkform i matematikklasrummet, en observationsstudie.
Käll- och litteraturförteckning

Source: Educational Studies in Mathematics, Vol. 79, No. 2 (February 2012), pp. 239-261
Published by: Springer. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/41413109. Hämtad: 08.05.2018


Charalambous Y. Charalambous, Seán Delaney, Hui-Yu Hsu & Vilma Mesa (2010) A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries, Mathematical Thinking and Learning, 12:2, 117-151,


Der-Ching Yang (2017): Study of fractions in elementary mathematics textbooks from Finland and Taiwan, Educational Studies.

Fan, L. 2013. Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. ZDM Mathematics Education (2013)


### Koll på Matematik 4A

*Hur presenteras tal i bråkform på de utvalda sidorna?*

**Avprickningsschema för analysverktyg 1**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Totalt uppgifter</th>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>67</td>
<td>-</td>
<td>8</td>
<td>-</td>
<td>59</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Hur sker konkretiseringen av bråk?*

**Avprickningsschema för analysverktyg 2**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>2</td>
<td>-</td>
<td>1</td>
<td>1</td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, inductive eller deductivt?*

**Avprickningsschema för analysverktyg 3**

- **Induktivt, s.** 92 (vardag)
- **Deduktivt, s.** 92 (vardag)
- **Språk, s.** 94 (vardag)
- **Modell, s.** 95 (modell)
### Bilaga 2

**Koll på Matematik 4B**  
Bråkets ansikte. Avprickningsschema för analysverktyg 1

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>135</td>
<td>68</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>5</td>
<td>1</td>
<td></td>
<td>4</td>
</tr>
</tbody>
</table>

*Genom vilken metod sker konkretiseringen av bråk, inductive eller deductiv?*  
Avprickningsschema för analysverktyg 3

| Induktivt, s. | 34 (metafor),  
|              | 35 (vardag), 
|              | 36 (vardag),  
|              | 37 (språk),  
|              | 88(språk),    
|              | 89 (vardag)   
|              | 99 (vardag),  
|              | 100 (språk)  
|              | 101 (språk)  
|              | 106 (vardag) |

| Deduktiv s. | - |

---

45
## Matte Eldorado 4A
### Bråkets ansikte. Avprickningsschema för analysverktyg 1

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3

| Induktivt, s. | - |
| Deduktiv, s. | - |
## Bilaga 4

### Matte Eldorado 4B

<table>
<thead>
<tr>
<th>Bråkets ansikte. Avprickningsschema för analysverktyg 1</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>I form av ett tal</td>
</tr>
<tr>
<td>-------------------</td>
</tr>
<tr>
<td>141</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>3</td>
<td>1</td>
<td></td>
<td>13</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt?

Avprickningsschema för analysverktyg 3

**Induktivt, s.**
- 90 vardag
- 91 vardag
- 115 vardag
- 116 modell
- 118 språk
- 119 språk

**Deduktiv, s.**
- 56 språk
- 58 språk
- 60 språk
- 92 språk
- 87 språk

98 språk
- 117 språk
- 122 språk
- 122 språk
- 123 språk
- 123 språk

---

47
### Abacus for Malta Number 6 textbook 1

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>68</td>
<td>60</td>
<td>28</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3

<p>| Induktivt, s. | - |
| Deduktiv, s. | - |</p>
<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>26</td>
<td>7</td>
<td>46</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>I</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3

<table>
<thead>
<tr>
<th>Induktivt, s.</th>
<th>-</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Deduktiv, s.</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>
### Bilaga 7

#### Busy Ant Maths 6A

**Bråkets ansikte. Avprickningsschema för analysverktyg 1**

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>199</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>4</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Induktivt, s.</th>
<th>-</th>
</tr>
</thead>
</table>

**Deduktiv, s.**

- 36 språk
- 38 språk
- 87 språk
- 87 språk
Bilaga 8

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>82</td>
<td>-</td>
<td>26</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>I</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3

<table>
<thead>
<tr>
<th>Induktivt, s.</th>
<th>-</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Deduktiv, s.</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>
### Bilaga 9

<table>
<thead>
<tr>
<th>I form av ett tal</th>
<th>Som del av ett antal</th>
<th>Som en del av en helhet</th>
<th>Som division som metafor</th>
<th>Som en skala</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>116</td>
<td>-</td>
<td>36</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Hur sker konkretiseringen? Exempel för hur avprickningen fördelas. Avprickningsschema för analysverktyg 2**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Ingen konkretisering</th>
<th>Vardaglig koppling</th>
<th>Metaforer</th>
<th>Modell</th>
<th>I form av språk</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>-</td>
<td>3</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**Hur sker konkretiseringen? Induktivt eller deduktivt? Avprickningsschema för analysverktyg 3**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Induktivt, s.</th>
<th>Deduktiv, s.</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>36 språk</td>
<td>36 språk</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>42 språk</td>
</tr>
</tbody>
</table>