Algoritmen som kulturellt redskap

Fyra elevers förståelse av additionsalgoritmen

Av: Sara Bartfai

Handledare: Natalia Karlsson
Södertörns högskola | Institutionen för kultur och lärande
Kandidat/Magisteruppsats 15 hp
Matematikdidaktik | Vårterminen 2016

SÖDERTÖRNS HÖGSKOLA | STOCKHOLM
sh.se

Abstract

Title: The Algorithm as a Cultural Tool – Four student's understanding of the addition algorithm

Author: Sara Bartfai, Spring term 2016

Supervisor: Natalia Karlsson

The aim of this investigation has been to examine four students, in a second grade class in Stockholm, understanding of the addition algorithm. A small field study has been carried out including both interviews and classroom studies.

Vygotsky's socio-cultural theory and more specifically the concepts of mediation and cultural tools have been applied. Vygotsky asserts that our contact with the world is mediated by cultural tools. The addition algorithm is in this thesis seen as a cultural tool that the students are to appropriate.

The results show a variation of the student's understanding of the addition algorithm. Most importantly it shows that it is possible for students to "say more than they know" with the use of the algorithm. It is difficult to see how much a student really understand of a mathematical concept and easier to see if they do not understand it or are using it in an inappropriate way. Therefore it is necessary for teachers to form a dialogue with the students and ask them why they do as they do while using different mathematical concepts, such as addition algorithms, to acquire a perception of their mathematical understanding.

Key words: algorithm, mediation, Vygotsky, cultural tool,
Nyckelord: algoritm, mediering, Vygotskij, kulturellt redskap

Innehållsförteckning

1. Inledning

Matematikundervisning och elevers bristande matematiska kunnande har sedan flera år tillbaka framstått som en av skolans största utmaningar (Eriksson 2012). Elever saknar ofta tillräckligt djup förståelse för matematiska begrepp. För att barn ska få en djupare förståelse för matematik menar Kinard och Kozulin (2012, s. 43) att ökat fokus behöver läggas på hur elever tillägnar sig de metoder, redskap och de begreppsliga principer som utgör grunden för matematiken. De argumenterar för en ökad applicering av Vygotskijs sociokulturella lärandeteorier, om kulturella redskap och mediering, på matematikundervisning.

Pedagogiska beskrivningar av mediering och kulturella redskap kretsar dock idag ofta kring abstraktioner. De handlar mer sällan om verkligheten och om exempel på hur teorierna kan användas i den konkreta undervisningen. För att kunna dra nytta av teorierna behövs mer kunskap om hur mediering kan förstås i praktiken och hur teorierna kan appliceras i ett matematikklassrum. I den här uppsatsen appliceras teorin om mediering på konkreta undervisningssituationer. Undervisningen jag har studerat har skett i en andraklass på en skola i utkanten av Stockholm och har handlat om användandet av additionsalgoritmer. Jag har observerat och intervjuat fyra elever medan de arbetade med additionsalgoritmer, för att ge en bild av hur de förstår den.

Additionsalgoritmer utgör en procedursbeskrivning för hur man kan addera tal. Arbete med additionsalgoritmen omtalas ofta i skolkontext som arbete med ”uppställning”, eftersom man enligt de vanligaste additionsalgoritmerna ”ställer upp” de tal man ska addera - skriver dem ovanför varandra för att lättare kunna operera med dem. Madeleine Löwing, matematikdidaktiker, menar att algoritmer handlar om ”hur man opererar med tal och hur man med hjälp av det mänskliga intellektet kan ge dessa operationer en struktur som bygger på de grundläggande räknelagarna och räknereglerna” (Löwing 2008, s. 125). Vidare menar hon att algoritmer tillhör de allra viktigaste metoderna för vardagsmänniskan och att de är några av matematikens mest grundläggande redskap (ibid.). Ändå har det debatterats livligt om algoritmernas vara eller icke vara i matematikundervisningen på grundskolenivå. I ett konsensusdokument framtaget av några av USA:s mest framstående matematikforskare och pedagoger (Loewenberg Ball et. al. 2005) fastställer författarna att kunskap om algoritmer bör ses som ett absolut nödvändigt inslag i matematikundervisningen på grundskolenivå. De hävdar dessutom att det är viktigt att eleverna får förståelse för hur och varför algoritmerna fungerar:

> Students should be able to use the basic algorithms of whole number arithmetic fluently, and they should understand how and why the algorithms work. Fluent use and understanding ought to be developed concurrently. These basic algorithms were a major intellectual accomplishment. Because they embody the structure of the base-ten number system, studying them can reinforce students' understanding of the place value system. (Loewenberg Ball et. al. 2005, s. 3)

För att undersöka fyra elevers förståelse för additionsalgoritmen under den studerade undervisningen användes Lev Vygotskijs sociokulturella teori om lärande. Centrala begrepp i dessa teorier är *mediering* och *kulturella redskap*.

Uttrycket mediering kommer från tyskans *vermittlung,* på svenska *förmedling* (Säljö 2010, s. 185). Att fokusera på mediering i undervisning handlar alltså om att fokusera på vad som *förmedlas*. Enligt Vygotskij upplever människor inte världen på ett direkt sätt. I stället medieras, förmedlas, den via *kulturella redskap* (Säljö 2000, 2010). Kulturella redskap kan vara fysiska redskap (som spadar, yxor, skedar) och begreppsliga redskap (Vygotskij kallade dessa för psykologiska redskap), som ord och olika former matematiska redskap (tallinjen och koordinatsystem exempelvis). En mer detaljerad beskrivning av kulturella redskap som begrepp återfinns under rubrik 4.2.2. Lärande kan ses som individers tillägnande av kulturella redskap, deras väg till att kunna använda sig av redskapen på ett korrekt sätt (Wertsch 2007). Additionsalgoritmer kan enligt ett sociokulturellt perspektiv ses som ett kulturellt redskap som eleverna i skolan ska ges möjlighet att bemästra och lära sig använda.

Utifrån att se på additionsalgoritmen som ett kulturellt redskap, undervisningen om den som mediering, och elevernas sätt att förhålla sig till den som deras sätt att bemästra ett kulturellt redskap har jag undersökt hur långt de kommit i sin förståelse av algoritmen. Jag diskuterar även hur medieringsbegreppet kan användas för att förstå matematikundervisning i praktiken. Detta är intressant att studera eftersom fler insikter om hur de så populära sociokulturella teorierna kan användas på ett konstruktivt och konkret sätt också kan leda till fler insikter om hur pedagoger kan påverka matematikundervisningen i en positiv riktning.

2. Bakgrund

2.1 Något om matematikdidaktik

> Matematikerns teori syftar till att konsolidera och ge en generell beskrivning av den matematik vi idag kan (…) På en didaktisk ämnesteori måste man ställa helt andra krav. Den bör vara ett instrument som hjälper läraren förstå barns tankar och att förklara hur barn kan bygga upp matematiskt vetande. En didaktisk ämnesteori i matematik bör därför i första hand utgå från forskning om barns inlärning (Kilborn 1989, s. 7).

Matematikdidaktik, precis som ämnesdidaktik överlag, är ett tvärvetenskapligt ämne. Idag är de flesta matematikdidaktiker överens om att det behövs skilda teoretiska perspektiv för att förstå matematikundervisning och att perspektiven kan berika varandra. Matematikdidaktiker hämtar ofta sina teorier från områden som psykologi, pedagogik och sociologi (Brandell & Pettersson 2011). För att kunna undervisa i matematik på ett tillfredsställande sätt behöver en lärare vara väl förtrogen med sitt ämnesinnehåll. Men utöver behärskande av ämnesinnehållet på en hög nivå krävs även kunskap om hur lärande går till. Det behövs alltså även kunskaper i ämnen som pedagogik och psykologi. Appliceringen av den sociokulturella teorin, som har sitt ursprung i psykologin, på matematikundervisning är ett exempel på just ett sådant möte mellan discipliner.

2.2 Additionsalgoritmen

Inom matematikkulturer har en mängd matematikspecifika kulturella redskap vuxit fram varav några av de mest framstående är positionssystemet, tallinjen, ekvationssystemet och det matematiska språket (Kinard & Kozulin 2012, s. 13). Även algoritmer kan i ljuset av Vygotskijs medieringsteori ses som kulturella redskap som kan bemästras av dess användare.

”En algoritm är en bestämd procedur eller uppsättning regler för att utföra en uppgift, antingen den handlar om matematik eller något annat” (McIntosh 2008, s. 124). En additionsalgoritm är en bestämd procedur som förenklar addition av mer komplexa tal än vad som enkelt kan räknas ut i huvudet. Det är svårt för de flesta människor att hålla många deloperationer i huvudet samtidigt (Löwing 2008). Efter hand har människan uppfunnit metoder för att kunna teckna ned vissa operationer i en uppgift och på så sätt frigöra tillräckligt mycket minne för att kunna arbeta vidare med uppgiften i fråga. Detta har lett fram till bland annat den additionsalgoritm som är vanligast att undervisa om i svenska skolor, en variant som Kilborn (1989) kallar ”addition uppifrån” (se s. 7).

2.3 Förståelse för algoritmer – grundläggande i skolmatematiken

Kritik har genom årens lopp förekommit från flera håll gällande undervisning av algoritmen (Löwing 2008). Idag när de flesta av oss har tillgång till miniräknare frågar sig många lärare vad vi överhuvudtaget ska med algoritmer till i skolan. Löwing (ibid.) menar att denna kritik oftast bygger egna dåliga erfarenheter som grundar sig i att undervisningstraditionen kring algoritmer i Sverige har präglats av färdighetsträning utan att eleverna har inbjudits till att förstå vad bakgrunden till algoritmen är eller hur den fungerar. Detta ifrågasätter Löwing och menar att meningen med att undervisa i algoritmer inte framförallt är att lära sig använda dem för att kunna räkna ut tal snabbt. I stället bör de användas för att lära eleverna förstå matematikens inneboende logik genom dem. I en rapport (Loewenberg Ball et. al. 2005) framtagen av framträdande matematikdidaktiker och matematiker, fastslås att ”eleverna med säkerhet skall kunna använda algoritmerna för de fyra räknesätten” (Löwing 2008, s. 18). Författarna till rapporten menar också att det är viktigt att eleverna förstår hur algoritmer är uppbyggda och fungerar. Detta för att algoritmerna bygger på strukturen i vårt talsystem med basen tio och därmed förstärker elevernas taluppfattning (ibid.).

2.3.1 Vårt talsystem – ett positionssystem med basen tio

Enligt Kilborn (1989) är två grundläggande egenskaper hos vårt talsystem dessa:

- att vi, genom att använda endast tio siffror, kan teckna hur stora tal som helst
- att vi, när vi till exempel utför addition eller subtraktion, kan reducera arbetet med tiotal, hundratal, tusental etc. till ett enkelt arbete med ental.

(Kilborn 1989, s. 21)

Det hindu-arabiska siffersystemet började användas i Europa omkring 1300-talet. I detta talsystem har vi tio siffor vi kan använda för att skriva vilka tal som helst, hur stora de än må vara. För att teckna ental räcker det med att använda en av siffrorna 1-9. Men för att teckna de nästkommande talen i talföljden fram till 99 införs en ny enhet, tiotalet. I både det gamla egyptiska och det romerska räknesystemet anges enheterna ental, tiotal, hundratal och tusental med olika tecken. I det romerska systemet var till exempel: 1= I, 10 = X, 100 = C och 1000 = M. Talet 2222 skrevs alltså MMCCXXII. I vårt talsystem bestäms enheterna ental, tiotal och hundratal istället med siffrans position i talet. I talet 32 är det alltså treans position som anger dess värde. Detta kan vara svårt för barn att uppfatta. Kilborn (1989) menar därför att det är viktigt för en lärare att konkretisera för eleverna hur positionssystemet fungerar, exempelvis genom användandet av tior och enkronor som man ritar upp i olika kolumner (som representerar de olika positionerna i ett tal). Att behärska positionssystemet är grundläggande när det gäller förståelsen för hur vår vanligaste additionsalgoritm fungerar.

2.3.2 Additionsalgoritmen som matematiskt redskap

Enligt Kilborn (1989) bör barn i tidig ålder lära sig behärska grundläggande tabellkunskap. Detta innebär att obehindrat kunna addera tal mellan 0 och 10 med varandra. Men för att addera större tal som exempelvis 48 + 76 behöver man utföra flera matematiska deloperationer i huvudet, och det kan vara besvärligt. För att avlasta minnet kan man göra successiva anteckningar av uträkningar och utnyttja vårt positionssystem genom att teckna tiotal under varandra och ental varandra som i exemplet:

$$\begin{array}{r} 48 \\ \underline{+\ 76} \end{array}$$

På detta sätt kan varje deloperation reduceras till en enkel addition av ental. Detta har utvecklats till algoritmer - scheman eller procedurer - för hur vi kan ställa upp tal och göra för att lättare räkna ut dem.

Det som kallas algoritm är ett schema för hur man utför en procedur. Algoritmen är alltså inte uppställningen av talen utan själva schemat, receptet, för hur proceduren ska utföras. Dessa typer av scheman kan se olika ut på olika platser och i olika kulturer. Den vanligaste additionsalgoritmen i Sverige bygger på *addition uppifrån* (Kilborn 1989, s. 54). Man läser enligt denna algoritm i uppställningen siffrorna uppifrån och ned, kolumn för kolumn. Man börjar från höger med entalen och adderar dem. Summan delas om den överskrider 9 upp i en entalsdel och en tiotalsdel. Entalet bokförs längst ned i kolumnen medan tiotalet överförs till tiotalskolumnen och adderas med de andra tiotalen. Samma procedur upprepas med tiotalskolumnen och tiotalen kan nu behandlas som om de vore ental. Har talen även hundratal upprepas proceduren i hundratalskolumnen, och så vidare. Minnessiffran bokförs oftast i Sverige högst upp i kolumnen till vänster. I andra kulturer finns dock exempel på där minnessiffran istället placeras längst ned i kolumnen till vänster. Detta sätt förespråkas av flera matematikdidaktiker (Kilborn 1989, Kilpatrick et. al 2001) eftersom det på många sätt är mer logiskt. Exempelvis kan man, genom att göra på detta vis, skriva summan i samma ordning som man skriver tal vanligtvis, det vill säga först tiotalet och sedan entalet, istället för tvärtom som man gör enligt den traditionella algoritmen som lärs ut i de flesta svenska skolor.

2.4 Att utgå från konkreta situationer

För att kunna studera enskilda elevers förståelse för additionsalgoritmer behöver man utgå från konkreta situationer och närstudera hur eleverna arbetar med, och tänker kring, uppgifter som behandlar additionsalgoritmer. Därför har i denna studie fyra elever observerats och intervjuats medan de arbetar i sitt klassrum. På materialet har Vygotskijs teoretiska ramverk om kulturella redskap och mediering applicerats, framförallt med utgångspunkt i Wertschs (2007, 2011) tolkningar av teorierna (mer om detta under rubrik 4).

3. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien som beskrivs i den här uppsatsen är att utifrån Vygotskijs begrepp kulturella redskap och mediering undersöka fyra elevers förståelse för additionsalgoritmen i en andraklass på en skola i Stockholm. Detta syfte mynnar ut i följande frågeställning:

- Hur djup är fyra elevers förståelse för additionsalgoritmen i en andraklass i på en skola i Stockholm.

4. Teoretisk anknytning

4.1 Matematikdidaktik och sociokulturella perspektiv

> Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen. (Skolverket 2011)

Detta citat ur kursplanen för matematik i grundskolan (Skolverket 2011) kan ses som ett exempel på det sociokulturella perspektivets genomslag i matematikdidaktiken. Sedan en tid tillbaka har den matematikdidaktiska forskningen i allt högre grad börjat intressera sig för hur sociala och kulturella faktorer påverkar matematikundervisningen, och sociokulturella teorier är idag etablerade inom det matematik-didaktiska fältet (Brandell & Pettersson 2011, s. 8). Teorierna bygger till stor del på den ryska psykologen Vygotskijs idéer om lärande, och de har i Sverige populariserats framförallt genom Roger Säljö (2000, 2005, 2010). Vygotskijs tankar om lärande förstås bäst i relation till de teorier som beskriver lärande som överföring av kunskap, exempelvis Pavlovs reflexologi, en variant av behaviourismen, där elever sågs som passiva behållare som skulle fyllas med kunskap och färdigheter utav lärare (Kinard & Kozulin 2012, s. 53, Säljö 2000, s. 49). Ur ett sociokulturellt perspektiv ses lärande istället som en social process där de som lär sig något själva är aktiva. Lärande, ur den synvinkeln, är något som sker i samspel med andra. Det är framförallt dessa sociala aspekter som lyfts fram idag när man talar om Vygotskij i pedagogiska sammanhang. Något som ofta glöms bort är teorierna kring *mediering*, vilket kan tyckas intressant med tanke på att teorierna om mediering hör till de mest centrala delarna i Vygotskijs tankar om lärande (Wertsch 2007).

4.2 Förklaring av centrala begrepp

Nedan beskrivs två centrala begrepp för studien: *mediering* och *kulturella redskap*.

4.2.1 Mediering

Mediering är ett av de grundläggande begreppen i den sociokulturella traditionen. Enligt Vygotskij upplever människor inte världen på ett direkt sätt. I stället *medieras* den via omvägar genom vad han kallar psykologiska redskap (Wertsch 2007, s. 178), idag ofta benämnt som *kulturella redskap* (Säljö 2000, 2010) eller *teckensystem* (Wertsch och Kazak 2011). Uttrycket mediering är hämtat från Karl Marx skrifter och kommer från tyskans *vermittlung,* på svenska *förmedling* (Säljö 2010, s. 185). Att fokusera på mediering handlar alltså om att fokusera på vad som *förmedlas*. När en individ bekantar sig med ett kulturellt redskap, lär sig använda det, samt förstår hur det medierar världen kallas det inom sociokulturell teori för *appropriering* (ibid., s. 190). Individers appropriering av kulturella redskap är alltså det som karakteriserar lärande. Medieringen av kulturella redskap och individens appropriering av redskapen, som konstruerats i specifika historiska och kulturella kontexter, är det som binder samman individen med historien. Därför talas inom sociokulturell teori ofta om att lärande är sociokulturellt situerat (Wertsch 2007, s. 178).

Även om mediering tillhör de mest centrala delarna i Vygotskijs lärandeteorier använder han sig av begreppet på olika sätt, och ger det heller inte en entydig definition (Wertsch 2007, 179), vilket också kan vara en anledning till att teorierna sällan tillämpas på ett konkret sätt.

Explicit och implicit mediering

Wertsch (2007) skiljer ut två olika sätt varigenom Vygotskij skriver om mediering. Mediering kan vara antingen *explicit* eller *implicit*. *Explicit* mediering är just explicit så till vida att det sker genom en intentionell introduktion av ett redskap av en expert, exempelvis en lärare. Redskapet som medieras är i dessa sammanhang oftast tydligt och konkret (Wertsch 2007, s. 180). *Implicit* mediering är som namnet antyder när något förmedlas på ett mer implicit sätt, genom exempelvis naturligt tal. Implicit mediering kan vara svårare att uppfatta för en observatör och sker ofta omedvetet.

4.2.2 Kulturella redskap

När Vygotskij exemplifierar kulturella redskap inkluderar han bland annat språk, räknesystem, algebraiska symbolsystem, konstverk, skrift, scheman, diagram och kartor (Wertsch 2007, s. 178). Wertsch (2007) talar om ”*Sign vehicles*”, som är den materiella formen av ett redskap. Redskapets ”innehåll” förhandlas som nämnt fram genom en växelverkan mellan de sociokulturella kontexter som redskapet konstruerats i och den sociokulturella kontext som det tolkas i (Wertsch 2007, s. 185).

Kulturella redskap har alltid ursprung i en kulturell utveckling. De har en historia (Säljö 2010, s. 185). Kinard & Kozulin (2012, s. 21) menar att det som utgör dagens matematiska kultur uppstod ur sociokulturella behovssystem för flera hundra år sedan. De definierar behovssystem som ”en uppsättning approprierade vanor, inriktningar och dispositioner som tillsammans bildar en ’ritning’ för människors handlingar” och ger mening för utveckling av kompetens” (Kinard & Kozulin 2012, s. 21). I matematikkulturer har behovssystemen omvandlats till specifika matematiska betydelser och system. I ljuset av detta kan additionsalgoritmen förstås som ett kulturellt redskap med inneboende mening som förhandlats fram genom sociokulturella behovssystem och matematikkulturer.

I följande avsnitt redogörs för det sociokulturella ramverk, med fokus på begreppen mediering och kulturella redskap, som använts i undersökningen.

Algoritmen ses inom ramen för studien som ett kulturellt redskap som eleverna i den studerade klassen fått i uppgift att lära sig bemästra.

4.3 Sociokulturell teori och mediering

Nedan redogörs för det sociokulturella ramverk som studien bygger på. Teorierna grundar sig framförallt på Wertsch (2007) och Wertsch och Kazaks (2011) tolkningar av Vygotskijs teorier om mediering, kulturella redskap och lärande.

4.3.1 Vägen till bemästrande av kulturella redskap

Wertsch och Kazak (2011, s. 155) menar att målet med undervisning utifrån ett sociokulturellt perspektiv blir att hjälpa *noviser*, nybörjare i användandet av ett kulturellt redskap, till att bli självständiga användare av redskapet. Enligt detta synsätt handlar undervisning framförallt om är att ”tämja” eller ”domesticera” elevers förståelse av världen via mediering (Wertsch & Kazak 2011, s. 156). Enligt Vygotskij sker lärande i kommunikation med andra. Den som skall lära sig något, en novis, behöver kommunicera med någon som är mer kvalificerad inom området som lärs ut, en expert. Den viktigaste arenan för denna typ av kommunikation är enligt Vygotskij skolundervisningen. Där utgörs experter oftast av lärare.

När noviser möter ett nytt kulturellt redskap, som exempelvis ett statistiskt redskap, inbegriper de första mötena social interaktion och förhandling mellan experter och noviser eller mellan enbart noviser. Det är i denna interaktion som de första tolkningarna görs och kan övertas av individer (Wertsch och Kazak 2011, s. 156).

En egenskap som kulturella redskap har är att de kan förstås och användas på flera olika nivåer. Wertsch och Kazak (ibid.) kallar redskapen för robusta teckensystem som kan användas på en mycket primitiv nivå, på en experts nivå och allt där emellan. De inneboende funktionerna i ett redskap kan också tillåta användaren att använda sig av redskapet och kommunicera med hjälp av det på en högre nivå än vad användaren egentligen själv behärskar. Faktum är, menar de, att de flesta av oss förmodligen talar, räknar och använder oss av olika kulturella redskap utan att förstå den fulla potential och funktion av de teckensystem vi använder (Wertsch och Kazak 2011, s. 156). Wertsch exemplifierar detta med hjälp av en historia från början presenterad av Rommetveit (1979). I exemplet utgörs det kulturella redskapet av ordet ”förgasare” och det lyder som följer:

> Tänk dig följande situation: En kvinna som är en väldigt kunnig amatör-bilmekaniker upptäcker att det är något fel med förgasaren på hennes bil. Hennes man, som är känd för att vara helt okunnig om bilmotorer och inte ens vet hur en förgasare ser ut, erbjuder sig att ta bilen till en mekaniker som kan reparera bilen. Väl där säger mannen till bilmekanikern: ”Det är tydligen något fel med förgasaren.” Detta sparar den

> senare avsevärd tid i sökandet efter problemet. (Rommetveit 1979 s. 102 citerad i Wertsch och Kazak 2011, s. 157)

Mannen kan alltså med hjälp av redskapet ”förgasare” kommunicera mer än vad han själv förstår. Mekanikern skulle i exemplet inte utan vidare frågor kunna få reda på att mannen inte vet vad en förgasare är. Denna tanke är värd att ha med sig när vi talar om undervisning av kulturella redskap. Om elever kan uttrycka mer än vad de förstår, hur kan vi veta vad de faktiskt behärskar?

4.3.2 Att kommunicera mer än vad man förstår

Människor är kapabla att förmedla information genom begrepp (sign vehicles) på en högre nivå än vad de själva egentligen behärskar (ibid.) som visas i exemplet med bilmekanikern ovan. Detta innebär att det är möjligt för elever att använda sig av teckensystem de ännu inte förstår, åtminstone inte på samma sätt som kompetenta användare (Wertsch och Kazak 2011, s. 156). Oftast, menar Wertsch (2007), är det faktiskt så att användare, när de först börjar använda sig av ett redskap, *inte* förstår hur det ska användas. Det här kan följas av en process där användaren successivt kan få djupare förståelse för redskapet. Denna process sker genom mediering och appropriering.

4.3.3 Hur avgör man när en elev behärskar ett kulturellt redskap?

Wertsch och Kazak (2011) undersöker i en studie på vilka sätt man som utomstående kan avgöra om noviser behärskar ett kulturellt redskap eller ej. För att göra detta behöver forskaren undersöka huruvida en student eller en elev använder ett redskap på ett korrekt sätt. Författarna menar dock att det är svårt att avgöra om en elev verkligen har förstått något och bemästrar ett begrepp helt och hållet. Det är lättare att se när en elev inte gör det, och alltså använder sig av ett redskap på ett felaktigt sätt (Wertsch och Kazak 2011, s. 164).

4.3.3.1 Ett exempel - Koordinatsystemet som kulturellt redskap

I Wertsch och Kazaks (2011) fältstudie får elever under en lektion i NO i uppgift att undersöka hur mycket som några växter de tidigare planterat har växt i förhållande till hur mycket ljus de fått. Eleverna tilldelas ett rutpapper med ett koordinatsystem. Detta koordinatsystem ser forskarna som ett kulturellt redskap. Med hjälp av pappret kan eleverna organisera data som de ska utläsa mönster ifrån, men detta kan bara göras om pappret används på ett korrekt sätt. Läraren i studien ber eleverna organisera datan med hjälp av pappret de fått, och använder sig av olika uttryck som hör till en viss typ av statistikdiskurs, uttryck som

”typisk”, ”utspridd data” och ”variation”. Detta ser forskarna som implicit mediering (s. 165). Eleverna försöker använda sig av koordinatsystemet, men gör det till en början på ett sätt som inte kan jämföras med hur en expert skulle använda sig av det: ”they were using this tool at a very low level of sophistication, one that might simply be termed inappropriate” (Wertsch & Kazak 2011, s. 159). Genom lärarens explicita och implicita mediering ökar dock successivt studenternas förståelse, och alltså deras möjlighet till bemästrande av det kulturella redskapet, i detta fall koordinatsystemet.

5. Tidigare forskning

Inte många studier har gjorts på hur yngre elever arbetar med algoritmer. Däremot har det forskats på matematikundervisning för yngre åldrar ur ett dialogiskt och kommunikativt perspektiv. Nedan följer två exempel på sådana studier som båda berör användandet av matematiska procedurer i relation till matematisk förståelse.

Ann Ahlberg (2011) gjorde 1988 en studie med syftet att undersöka hur grundskoleelever i en skolkontext förstår och hanterar aritmetiska problem. Hon genomförde både intervjuer och klassrumsobservationer och lät eleverna kommunicera hur de tänkte genom att tala, skriva, rita. Studiens teoretiska ramverk vilar på fenomenografisk grund vilket innebär att man tar i beaktning hur elevers erfarenheter och perspektiv påverkar deras förståelse av världen. Det är enligt detta perspektiv i förhållandet mellan individen och hennes värld som individens förståelse uppstår. Detta perspektiv implicerar att det är viktigt att relatera matematisk undervisningen i problemlösning till elevernas vardag. Ahlberg drar slutsatsen att det är viktigt att förutom detta se till att eleverna är välbekanta med matematiska mentala redskap för problemlösning. Men hon framhåller också att för mycket fokus på konkreta strategier och regelsystem kan reducera elevers förmåga att lösa problem eftersom detta innebär ett ökat fokus på att utföra procedurerna på ett korrekt sätt istället för att reflektera kring de faktiska problemen.

I en studie genomförd av Kilborn (2011) studerades hur kommunikationen i matematikklassrum för att analysera undervisnings- och lärandeprocesser gällande algoritmer under matematiklektioner. Utmärkande i resultatet för studierna var dels sättet som många lärare lotsade elever genom uppgifter med exempelvis algoritmer och att lärare missade när eleverna inte använt algoritmen på rätt sätt. Forskarna lade märke till att de studerade lärarna (som alla omnämnts som mycket bra lärare enligt tillfrågade rektorer) lotsade eleverna när de behövde hjälp med algoritmer i stället för att hjälpa dem förstå hur de kunde tänka själva. I praktiken var det som hände när en elev behövde hjälp att läraren räknade ut uppgiften i stället för eleven och att eleven förstås, som en följd av det, behövde samma hjälp vid nästkommande uppgift. Kilborn menar också att många lärare missade när elever använt algoritmerna på fel sätt eftersom eleverna skrev av svaret från facit i boken och lärarna endast fokuserade på om eleverna hade fått rätt svar utan att titta på deras uträkningar (Kilborn 2011, s. 168).

6. Metod och material

Huvudsyftet med den här studien har varit att undersöka hur fyra elever i en andraklass förhåller sig till additionsalgoritmer samt att förstå hur djup deras förståelse för algoritmen är. Därför har jag i undersökningen utgått från en etnografisk ansats och genomfört en mindre fältstudie i en andraklass på en skola i norra Stockholm. Det empiriska materialet har samlats in genom att jag observerat och intervjuat fyra elever medan de arbetar med additionsalgoritmer. Dessutom har jag inkluderat elevernas lärares instruktioner samt läromedlet de arbetat med i det empiriska materialet. Nedan följer en beskrivning av urvalet till studien, hur undersökningen har genomförts och hur materialet har bearbetats. Därefter följer ett avsnitt om studiens reliabilitet och slutligen ett avsnitt om etiska ställningstaganden som gjorts.

6.1 Urval

Fältstudien genomförde jag i en andraklass på en relativt liten skola i norra delen av Stockholms län. Att jag valde just denna skola och inte någon annan bygger helt enkelt på att det var den skolan jag fick kontakt med. Magnus, klassens lärare, hade vid studiens genomförande arbetat som lärare i tre år, varav ett år i den studerade klassen. När han undervisade i matematik utgick han alltid ifrån en lärobok.

I klassen jag besökte gick totalt 24 barn. De fyra elever jag valde ut för observation och intervju valde jag på grund av att de, enligt läraren, representerade olika nivåer vad gäller förståelsen av just algoritmen som metod. Eleverna som jag intervjuade kallar jag i uppsatsen för Ville, Alice, Petter och Tor. Ville och Alice, tycke Magnus, låg på en medelnivå vad gäller matematisk kompetens. Petter beskrev han som ”stark” i matematik medan han beskrev Tor som ”svag”.

6.2 Fältstudie

I fältstudien jag presenterar i den här uppsatsen har jag använt mig av observation, deltagande observation och ostrukturerade intervjuer (Burgess 1985). Jag använde en iPhone 5 för att spela in ljudet från det som sades i klassrummet under observationerna, de deltagande observationerna och intervjuerna. Studien bygger på empiriskt material insamlat vid två tillfällen. Vid vart och ett av dessa två tillfällen höll jag först en diskussion med läraren där han informerade om planen för lektionen. Sidorna i boken som skulle arbetas med under lektionen fotograferade jag. Lärarens introduktion och instruktioner till klassen observerade jag och spelades in. Därefter satte jag mig vid ett bord (olika vid de två tillfällena) med två elever och agerade ett slags mellanting mellan forskare och pedagog. Jag observerade och intervjuade eleverna en och en medan de arbetade i sina matematikböcker med de uppgifter de fått. Jag diskuterade även med eleverna medan de arbetade om hur de tänkte när de utförde uppgifterna. Vid vissa tillfällen gick jag in i en roll som pedagog med målet att hjälpa eleverna att komma framåt i sin matematiska förståelse. Det skulle kunna hävdas att det faktum att jag medverkar i intervjuerna själv påverkar hur eleverna beter sig under fältstudien. Syftet för studien var dock att förstå hur eleverna förstår algoritmer. För att ta reda på detta krävs dialog med eleverna. Det behövs också ställas specifika frågor som det är mest praktiskt om forskaren själv ställer. Att påverka hur eleverna svarar och agerar har jag så långt som möjligt undvikit och i de fall då det jag säger påverkar hur eleverna handlar har jag tagit det i beaktning vid analysen av materialet.

Under det första tillfället i klassen intervjuade jag Ville och Alice. Under det senare tillfället intervjuades Petter och Tor. Varje observation dröjde ungefär femton till tjugo minuter. Inspelningarna från fältstudien transkriberade jag vid båda tillfällena direkt efter datainsamlingen. Tillsammans med anteckningar och fotografier av läromedlet utgör de materialet för undersökningen.

6.3 Analys av material

Materialet från fältstudien analyserade jag efter undersökningen utifrån det sociokulturella teoretiska ramverk som presenterats ovan. Perspektivet med begreppen kulturellt redskap och mediering i fokus inbjuder till att gå in djupare i dialoger och interaktion i klassrummet. Med hjälp av det har jag eftersträvat att få syn på vad som medieras i undervisningen, hur det approprieras av eleverna samt hur långt eleverna kommit i sin begreppsliga förståelse av redskapet additionsalgoritmen.

6.4 Undersökningens reliabilitet

Fältstudien jag har genomfört i denna studie är mycket liten. Resultaten av den kan på inga sätt säga något om hur matematikundervisning om additionsalgoritmen ser ut på en generell nivå. Förhoppningen är att även kunna bidra till förslag på hur Vygotskijs teorier om kulturella redskap och mediering kan användas för att förstå konkreta lärandesituationer och hur begreppet kulturellt redskap kan appliceras på additionsalgoritmen.

6.5 Etiska ställningstaganden

Under en studie vars huvudobjekt är barn finns en hel del etiska aspekter att förhålla sig till. I undersökningen har jag utgått ifrån de fyra allmänna huvudkraven för forskning som presenterats utav Vetenskapsrådet (2002).

I enlighet med *informationskravet* och *samtyckeskravet* skickade vi (jag och klassens lärare) ett mail ut till alla elevers vårdnadshavare innan studien påbörjades. I brevet klargör jag studiens syfte och de forskningsetiska principer som studien bygger på. Efter klasslärarens råd skrevs brevet i en sådan form att vårdnadshavarna uppmanades till att höra av sig om de invände till sina barns medverkan i studien. Detta eftersom det enligt läraren är svårt att få in blanketter från föräldrarna i klassen. Det var dock ingen som hörde av sig för att invända mot deras barns medverkan. Även eleverna informerade jag om premisserna och bads om samtycke. Ett par av eleverna uttryckte att de inte ville att deras röster skulle spelas in. Dessa elever ingår alltså inte i de fyra elever som observerats och intervjuats.

Alla som medverkar i studien har i anonymiserats i enlighet med *konfidentialitetskravet*. Namnen som nämns i studien (både elevernas och lärarens) är alltså fingerade. Inspelningarna som gjorts under observationer och intervjuer har raderats efter att de används i studien i enlighet med *nyttjandekravet* (Ahrne och Svensson 2015, s. 29). De uppgifter som kommit fram om informanterna har jag använt endast i forskningssyfte.

7. Resultat och analys

Nedan presenteras resultatet av undersökningen. Uppsatsen avslutas med en diskussion om hur begreppet mediering kan vara användbart när vi talar om matematikundervisningen på grundskolenivå.

7.1 Undersökta undervisningssituationer

Under de två matematiklektioner som undersöktes kretsade undervisningen kring additionsalgoritmer. Både i läromedlet som användes och av läraren benämndes temat som ”uppställning”. Jag besökte klassen en onsdag och fredag samma vecka, veckan efter sportlovet 2016. Undervisningen under fredagen tog vid där den avslutats på onsdagen. Båda lektionerna inleddes med en kortare genomgång av läraren Magnus. Därefter arbetade eleverna i sina matematikböcker med uppgifter liknande de som gåtts igenom gemensamt. Då undersökningen gjordes hade eleverna introducerats till ”uppställning” tidigare, men läraren påpekade att det var en tid sedan, innan sportlovet, och att många elever säkert vid det här laget hade glömt bort vad de lärt sig innan.

7.2 Undervisningen

I det studerade klassrummet stod sex bord, där tre eller fyra elever tillsammans vid vart och ett av borden. Detta var enligt läraren för att främja socialt lärande. Denna tanke går hand i hand med de populära sociokulturella strömningar som influerat skolundervisningen de senaste decennierna. Matematiklektionerna var uppbyggda på så sätt att läraren först höll en muntlig genomgång av ämnet som skulle behandlas. Han exemplifierade genom att räkna ut exempel från matematikboken på tavlan. Därefter lät han eleverna räkna uppgifterna tillhörande området som gåtts igenom i sina matematikböcker. Eleverna kommunicerade alltså under lektionerna med matematikböckerna, varandra, och då och då med läraren som gick runt i klassrummet medan eleverna arbetade.

7.2.1 Addition uppifrån

Den typ av algoritm som undervisades under den studerade undervisningen var additionsalgoritmen ”addition uppifrån”, alltså den i Sverige vanligaste typen av additionsalgoritm. Siffrorna läses i uppställningen uppifrån och ned kolumn för kolumn. Man börjar enligt algoritmen från höger med entalen och adderar dem. Summan delas om den överskrider 9 upp i en entalsdel och en tiotalsdel. Entalet bokförs längst ned i kolumnen medan tiotalet överförs till tiotalskolumnen och adderas med de andra tiotalen. Samma procedur upprepas med tiotalskolumnen och tiotalen kan nu behandlas som om de vore ental. I uppgifterna eleverna arbetade med fanns aldrig så stora tal att de även bestod av hundratal. De flesta uppgifterna var av karaktären att eleverna behövde bokföra åtminstone en minnessiffra för att räkna ut dem. Precis som brukligt i Sverige skulle minnessiffran bokföras högst upp i kolumnen till vänster om den man räknat ut summan för.

7.3 Instruktioner (mediering)

De instruktioner som eleverna fick under lektionerna kan ses som en typ av mediering. Det är intressant att studera hur sättet eleverna arbetar med, och förstår, det kulturella redskapet algoritmen förhåller sig till den mediering som skett om algoritmen. Nedan presenteras instruktionerna eleverna fick under de studerade lektionerna, dels genom läromedlet de arbetar med och dels genom klassens lärare.

7.3.1 Läromedlet

I den studerade klassen utgick läraren under matematikundervisningen från ett läromedel, vilket innebär att matematikboken var det som eleverna framförallt kommunicerade med under lektionerna.

I läromedlet förklarades under de studerade lektionerna inte positionssystemet och inte heller konkretiserades additionsalgoritmen. Detta hade dock gjorts tidigare i läromedlet. I ett föregående avsnitt förklarades positionssystemet med hjälp av bilder på mynt (tior och enkronor) samt det gamla egyptiska talsystemet. Detta gjordes även när algoritmen introducerades i boken.

I böckerna fanns mallar för hur uppställningen skulle utformas. De bestod av rutor där siffror skulle stå (det får bara plats en begränsad mängd siffror i mallarna). Där fanns även ett plustecken och ett streck. Eleverna behövde alltså inte skapa formen för uppställningen själva utan fyllde bara i mallarna som fanns i boken. Att teckna ned själva uppställningen kan ses som en del i algoritmen. Detta steg fick eleverna avsevärd hjälp med av matematikboken. Eleverna fick i läromedlet inte möjlighet att själva ställa upp tal, vilket eventuellt skulle kunnat leda till en högre nivå av självständighet i användandet av det kulturella redskapet, algoritmen.

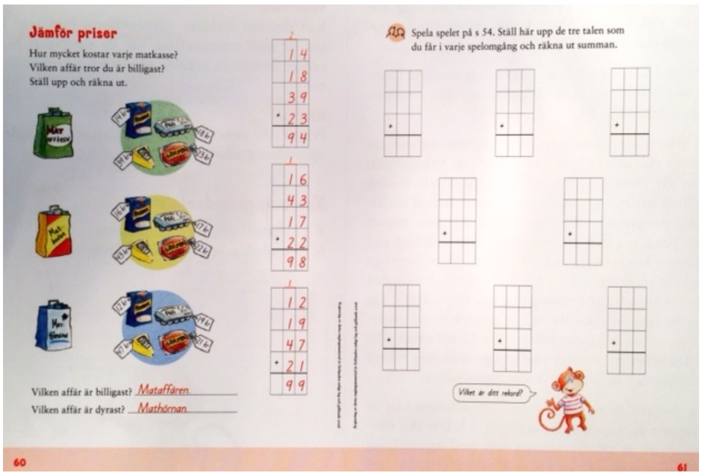

Bild 2 (Olsson och Forsberg 2009, s. 90)

På ovanstående bild syns utformningen på sidan som eleverna fick i uppgift att arbeta med under lektionen. Bilden är tagen från lärarhandledningen. Ur ett sociokulturellt perspektiv kan boken ses både som en aktör som eleverna kommunicerar med och som medierar mening på olika sätt, men också som ett kulturellt redskap i sig. Även mallarna för uppställning i boken kan ses som kulturella redskap. Ambitionen i denna uppsats är dock att undersöka just algoritmen som kulturellt redskap och därför ses läromedlet i detta sammanhang som medierande aktör. Matematikboken medierar här algoritmen som ett medel för att exempelvis räkna samman olika summor, i detta fall olika varor i matkassar. Fokus ligger på den materiella formen, proceduren, och elever som uppfattar proceduren kan, utan att förstå hur eller varför den fungerar, fylla i mallarna och utföra uppgifterna som boken ger. Eleverna behövde alltså inte ha en djupare förståelse för algoritmens funktioner för att kunna göra sina uppgifter. Mallarna kan sägas implicit mediera att det är viktigt att talen i respektive kolumn hamnar direkt under varandra genom det rutnät som siffrorna ska tecknas i, men detta medierades inte explicit.

7.3.2 Lärarens genomgång

Under de inledande instruktionerna var läraren noga med att förklara proceduren i algoritmen för eleverna. De olika delprocesserna gicks igenom steg för steg.

Magnus: Uppställningar, då gör man ju det enkelt för sig. Och istället för att ställa talen bredvid varandra så ställer man dem under varandra. Man skriver tjugotre överst, sen skriver man femtioett under. Viktigt nu, kolla framåt allihopa, att entalen står under varandra, Majken var med här nu snälla, och tiotalen står under varandra. Sen lägger man ihop det.

Magnus: Tretton ser ut såhär. Då skriver jag det här uppe (skriver ”13” på tavlan). Det är ett tiotal och ett ental. Var sätter man tiotalet? Ville, var sätter man tiotalet någonstans, ettan?

(Utdrag 7)

I ovanstående exempel gick Magnus igenom minnessiffrans placering. Han berättade att det i talet tretton finns ett tiotal och ental.

Magnus: Entalen under entalen och tiotalen under tiotalen. Om det hamnar snett så blir det jätteknasigt. Robin! Man drar ett streck, fast ni har nog streck i era böcker redan.

(Utdrag 7)

Fokus låg i hög grad på proceduren. Detta fokus skulle med Ahlströms (2011) studie i åtanke kunna leda till att fokus förskjuts från syftet med uträkningen. Med Wertsch och Kazak (2011) i åtanke kan dock sägas att detta inte utesluter att djupare förståelse för algoritmen kan komma senare. Många av oss använder trots allt redskap utan att till en början ha någon djupare förståelse för dem.

Magnus räknade i början av lektionen exempeluppgifter på tavlan. Han tog båda gångerna som exempel upp den första uppgiften i boken i det avsnitt som eleverna ska räkna själva. Man kan säga att det skedde en implicit mediering genom att Magnus använde ord som ”ental” och ”tiotal”. Han signalerade här att det är viktigt att skilja på ental och tiotal, och att ental och tiotal är relevanta termer när man arbetar med algoritmer.

Något som återkom i lärarens muntliga instruktioner var ordet ”snabbt”. Magnus förklarade att han tar exempel från boken i helklass med att det går ”snabbare”. Han säger eleverna om det snabbt är klara får göra repetitionsuppgifter eller spela ett särskilt datorspel. Detta kan tolkas som att läraren implicit medierar att det är positivt att bli klar med uppgifterna snabbt.

7.4 Elevernas arbete med algoritmen

Nedan beskriver jag resultatet av observationerna och intervjuerna med de fyra elever som deltagit i studien. Fyra olika teman kunde skönjas. Dessa presenterar jag nedan i fyra olika avsnitt.

7.4.1 När redskapet används på ett felaktigt sätt

Wertsch & Kazak (2011) menar att det kan vara svårt att se när noviser helt har erövrat ett kulturellt redskap. Det är inte lätt att som utomstående veta hur mycket användarna faktiskt förstår. Lättare är att se när en elev använder sig av ett redskap på ett felaktigt sätt. I nedanstående exempel är det tydligt att eleven Ville inte har använt sig av algoritmen på ett korrekt sätt:

		2	
		1	6
		4	3
		2	2
	+	1	7
		1	0

Sara: Har du lagt ihop alla dom här (pekar på talen)?
Ville: Mm…
Sara: Men blev det ett då, det här, tillsammans?
Ville: Nä, 10.
Sara: Allt det här?
Ville: Ja
Sara: Jaha, ok…

(Utdrag 2)

Eftersom boken erbjuder en färdig mall för algoritmen (med plustecken, streck och rutor för siffror) kunde Ville använda sig av mallen utan att han förstår fullt ut hur algoritmen fungerar. Algoritmen kan utifrån Wertsch (2007) sägas utgöra ett robust teckensystem som går att använda på flera olika nivåer av bemästrande. Ville kunde arbeta med den och fylla den med siffror, även om det inte leder till ett korrekt matematiskt svar. Detta kan jämföras med sättet som eleverna i Wertsch och Kazaks (2011) studie använde sig av rutpapprett, men på ett felaktigt sätt. Eleverna i studien kunde inte uppnå målet med koordinatsystemet, att utläsa mönster i hur mycket växterna de planterat växt, men likväl använde de sig av det, fast på ett ”opassande” sätt. Ville kunde hålla sig sysselsatt med uppgifterna i boken utan att kunna utföra algoritmen på ett korrekt sätt, och från en lärares synvinkel kunde det till och med se ut som om Ville visste precis vad han gjorde och varför. Utan att se vad han skrivit fanns inget att misstänka eftersom han inte bad om hjälp eller på något annat sätt avslöjade att han inte förstått redskapet.

I följande utdrag påverkar Alice, en annan elev vid samma bord som Ville, hur Ville arbetar med sin uppgift. Alice hade räknat uppgiften som Ville arbetade med och fått svaret 98. Detta ville hon gärna berätta för Ville, som tillslut lyssnade på Alice och suddade ut sitt eget svar för att istället skriva 98. Dock suddade han ingenting som stod ovanför strecket, vilket fick som följd att det som stod i uppställningen inte stämde.

```
Ville:     Nio
Sara:      Plus två
Alice:     Nittioåtta!
Ville:     Elva
Sara:      Ja, plus sju?
Ville:     Jag vet inte. Nåt. Tjugo.
Alice:     De blir nittioåtta!
Sara:      Vänta vad sa du? Elva plus sju.
Ville:     Elva plus sju. Em, nitton.
Sara:      Njaa… Då ska vi se. Ett plus sju, vad är det?
Ville:     Åtta
Sara:      Åtta, just det. Å sen så var det då elva.
Alice:     Amen det där e nittioåtta
```

(Utdrag 3)

Detta kan jämföras med hur eleverna i Kilborns (2011) skrev av facit och ändrade endast svaret i uppställningen. I det fallet lade läraren inte märke till att eleven inte utfört algoritmen på ett korrekt sätt. För att upptäcka att Ville gjort fel behöver man titta på hela uppställningen.

```
Sara:      Är du färdig nu tycker du?
Ville:     Den är billigast.
Sara:      Men vill du inte förstå hur du ska göra den här, istället för
           att bara skriva rätt därnere? Det står ju kanske ändå inte rätt
           här, här uppe liksom.
```

(Utdrag 3)

Ville var här märkbart fokuserad på att snabbt bli klar med uppgiften i stället för att försöka förstå hur algoritmen fungerar. Detta skulle kunna vara en konsekvens av lärarens implicita mediering av snabbhet som något positivt. I exemplet kan man säga att det skedde ett slags samarbete mellan två elever. Ville kom fram till sitt svar i dialog med Alice. Detta innebar dock inte att Villes förståelse för algoritmer ökade, eller att han ens fick fram rätt svar. Trots att eleverna satt flera stycken vid ett bord för att främja socialt lärande, och att eleverna faktiskt tycks samarbeta på något sätt (även om det kan diskuteras om detta fall kan beskrivas som just samarbete) gick Villes förståelse inte på ett märkbart sätt framåt i dialogen.

7.4.2 Att kommunicera mer än vad man förstår

Alice fyllde i uppställningsmallen i läromedlet på ett korrekt sätt. Hon hade förstått den materiella formen för algoritmen. Däremot ledde hennes motivering till varför hon gjort som hon gjort till att det var svårt att tro att hon bemästrat redskapet fullt ut. Nedan följer ett exempel på en konversation mellan mig och Alice, som började med att Alice frågar mig om hjälp med att rätta en uppgift.

		1			
		1	2		
		4	9		
		2	1		
	+	1	7		
		9	9		

Alice:	Var det rätt? (Pekar)
Sara:	Och hur gjorde du då?
Alice:	Nitton, och så en där (pekar på ettan högst upp i tiotalskolumnen).
Sara:	Och varför satte du den där?
Alice:	För man ska det.
Sara:	För man ska det? Okej men hur kommer det sig att man ska sätta ettan där då?
Alice:	För att… om det blir mer än tio ska man sätta, så ska man sätta första siffran där (pekar högst upp i tiotalskolumnen).

(Utdrag 4)

Alice förklarade att man ska sätta ”den första siffran” ”där”, hon använde sig alltså inte av termerna ”tiotal”, eller ”tiotalskolumnen”. Dessutom menade hon att man ska sätta tiotalet högst upp ovanför tiotalskolumnen om summan av entalen blir mer än tio, när det i själva verket är om summan blir mer än nio. Trots lärarens implicita mediering och användning av begrepp som ”ental” och ”tiotal” har Alice inte approprierat dessa termer. Hon har istället lärt sig den materiella formen utantill och kan utan djupare förståelse för redskapet använda sig av det och nå ett korrekt svar på en uppgift med hjälp av det.

Nedan gör jag ett försök till att skapa en ökad förståelse för positionssystemets roll i algoritmens funktion hos Alice.

Sara:	Okej, och hur mycket representerar den där ettan då (pekar på en etta i tiotalskolumnen)?
Alice:	Den… ett. Alltså ett
Sara:	Ett… Men vilken typ av tal har vi i den här kolumnen? (Pekar på tiotalskolumnen)
A:	I hela den här?
Sara:	Mm.
Sara:	Men alltså, är det här ental (Pekar på entalskolumnen)?
Alice:	Ja, och det här är tiotal (pekar på tiotalskolumnen)
Sara:	Så hur mycket är varje sån här etta? I den här (pekar på tiotalskolumnen)?
Alice:	tio…
Sara:	Tio! Just det.

(Utdrag 4)

I början av dialogen ovan tycktes Alice inte ha förståelse för att talen i den vänstra kolumnen representerade tiotal och att en etta i den kolumnen alltså representerar tio. Innan hade Alice bara benämnt de olika siffrorna i talen som ”den första” och ”den andra” men när jag nämnde begreppet ental kopplade Alice det till tiotal. Hon kunde alltså säga att talen i den vänstra kolumnen benämns just tiotal. Detta fick henne också att, på frågan om hur mycket en etta tiotalskolumnen representerar, svara tio, vilket förstås är korrekt. Det kan alltså tänkas att den implicita mediering (och den eventuella explicita och implicita mediering som kan ha förekommit tidigare i undervisningen) av begreppen ental och tiotal som läraren erbjöd i början av lektionen, gjort att Alice på någon nivå approprierat begreppen. Detta genom att begreppen använts i samma sammanhang som, algoritmer (eller uppställning, för eleverna), och på så presenterats som relevanta vid arbete med algoritmer. Fortsättningen på konversationen ledde mig först till att tro att Alice genom dialogen erövrat idén om tiotalens värde i uppställningen, men detta visade sig vara fel.

Sara:	Så det här är egentligen tio eller hur. Och den här tvåan, hur mycket representerar den (pekar på en tvåa i tiotalskolumnen)?
Alice:	Tjugo.
Sara:	Just det och den här fyran (pekar på en fyra i tiotalskolumnen)?
Alice:	Fyrtio
Sara:	Ja, just det. Precis!
Alice:	Så är det här fyrtio (pekar på nian längst ned i tiotalskolumnen)?
Sara:	Em, nää… alltså…
Ville:	Det här är nittionio
Sara:	Just det alltså, det här representerar ju nittio…, den här nian. Nittio… Det står ju nittionio här. Nästan hundra, det är ju jättemycket.

Alice: Nittionio.

(Utdrag 4)

På något sätt lyckades Alice gissa rätt på några av tiotalens värde. Hon svarade att fyran i tiotalskolumnen var värd fyrtio. Men sedan pekade hon på nian längst ned och undrade om den också representerade fyrtio. Detta scenario ger Wertsch och Kazak (2011) rätt i att det är lättare att se att en elev inte har erövrat ett begrepp än att den har det. Om konversationen hade avslutats något tidigare hade jag inte lagt märke till att Alice inte erövrat begreppen i lika hög grad som det tidigare verkat.

Ville hade i exemplet nedan fyllt i uppställningsmallen på ett korrekt sätt och även fått fram rätt svar:

			2			
			2	8		
			1	7		
		+	1	6		
			6	1		

Jag ville undersöka om Ville visste varför han ställt tvåan i summan av entalen högst upp ovanför tiotalskolumnen.

Sara: Ville ska vi kolla på det här då? Åtta, plus sju plus sex. Ja men det blev ju tjugoett. Och då satte du tvåan där (pekar på tvåan högst upp i tiotalskolumnen). Och hur kommer det sig att du satte tvåan där?
Ville: För att den ska vara där.
Sara: För att den ska vara där. Hur kommer det sig att den ska vara där då?
Ville: För att dom är mer (pekar på tiotalskolumnen).
Sara: Aa… Men… hur kommer det sig att tvåan ska vara här över pekar på tvåan högst upp i tiotalskolumnen)? Vi kan snacka om det som vi snackade om med Alice också.
Sara: Vad är det här för tal i den här kolumnen (pekar på en etta i tiotalskolumnen)?
Ville: Men tvåan ska vara där(pekar där uppe i tiotalskolumnen) Och ettan ska vara där.
Sara: Ja, men varför?
Ville: Men jag vet inte! Magnus har gjort så!

(Utdrag 6)

Ville hade, som det verkade, nu också förstått formen för hur uppställningar går till. Men han hade liksom Alice svårt att motivera varför han gjort som han gjort. När han skulle förklara varför tvåan skulle ställas ovanför tiotalen hänvisade han till att Magnus har gjort då.

Precis som i Rommetveits exempel med bilmekanikern kunde både Alice och Ville i exemplen ovan förmedla mer än de själva förstår genom användandet av algoritmen. De skulle kunna visa sina uppställningar för en expert på användning av algoritmer och experten skulle kunna ta emot informationen. Experten skulle kunna tolka deras uppställningar och svar som korrekta samt anta att de förstått algoritmen fullt ut. Utan vidare frågor om hur de resonerat när de utfört algoritmerna skulle det vara svårt att avgöra hur långt Ville och Alice kommit i sin begreppsliga förståelse gällande redskapet.

7.4.3 Grundläggande förståelse för algoritmen

I exemplet nedan kan det tolkas som att eleven Petter hade approprierat betydelsen av begreppen tiotal och ental på ett korrekt sätt.

	1			
	1	2		
	5	5		
+	1	3		
	8	0		

Sara: Vet du varför du satte ettan där?
Petter: För att alla dom här är tiotal och man ska räkna ut alla tiotal tillsammans.
Sara: Men okej. Hur mycket representerar den här liksom? (Pekar på ettan)
Petter: Tio
Sara: Och den femman? (Pekar på femman i tiotalskolumnen)
Petter: Femtio
Sara: Okej okej. Mm.

(Utdrag 8)

Petter verkar ha förstått siffrornas värde i uppställningen och hur positionssystemet används i algoritmen. Detta innebär att han ligger på en högre nivå vad gäller förståelse för algoritmen än de andra eleverna i undersökningen.

Men att Petter hade kommit så pass långt i sin begreppsliga förståelse som jag uppfattade kan förstås inte säkerställas. Som Wertsch och Kazak (2011) framhåller är det mycket svårt att helt och hållet avgöra om en elev verkligen approprierat ett redskap på ett korrekt sätt. När en elev använder sig av ett redskap på ett uppenbart felaktigt sätt är det lättare att upptäcka.

7.4.4 Att inte behärska den materiella formen

När en elev inte överhuvudtaget inte har tillägnat sig formen för ett redskap blir det svårt att använda det. Nedan ges exempel på när en elev, som i studien kallas Tor, inte har tillägnat sig den materiella formen för redskapet. På grund av att matematikboken innehåller färdiga mallar för uppställningarna var det dock möjligt även för Tor att hålla sig sysselsatt med redskapet. När mallen finns färdig kan man fylla den med siffror (att den ska fyllas med siffror var nämligen något som Tor approprierat), även om det i slutändan inte leder till någon korrekt uträkning.

Tor hade fyllt i en mall på detta vis:

	3	6	
	2	3	
	1	4	
+		**5**	
	2	3	

Tor: Sex, tre, fyra
Tor: tjugotre (skriver ”23” längs ned)
Sara: Sex, tre, fyra, fem…
Sara: Men nu har du… Har du gissat nu?

(Utdrag 9)

Att Tor fyller skrev ”23” längst ned under sträcker ger en tydlig signal om att han inte approprierat redskapet och använder det på ett helt och hållet felaktigt sätt. Han hade inte lärt sig tillvägagångssättet och visste inte vad han skulle göra.

Det som kan sägas utifrån det teoretiska ramverk som applicerats i denna uppsats är att Tor inte ännu hade kommit till förståelse om den materiella formen för redskapet algoritm, eller uppställning. Detta gjorde det svårt för honom att använda sig av det överhuvudtaget, även om han kunde fylla i bokens mallar och på så sätt ändå uppehålla sig vid uppgifterna.

7.5 Sammanfattning

Genom att närstudera fyra elevers arbete med algoritmer och anlägga ett sociokulturellt perspektiv på materialet kan vi vända blicken mot hur redskapet medieras och hur långt eleverna kommit i sin appropriering av det. Vi kan förstå additionsalgoritmen som ett kulturellt redskap som eleverna ska få tillgång till och lära sig bemästra och vi kan genom att se algoritmen som ett robust teckensystem förstå att algoritmen kan användas på många olika nivåer. För att använda sig av redskapet och räkna ut tal behöver man endast ha approprierat den materiella formen, proceduren för redskapet, vilket flera av eleverna har. Elever med relativt liten nivå av bemästrande av redskapet kan fortfarande använda sig av det och kommunicera något till en annan individ, med hjälp av det. Detta kan leda till svårigheter för en utomstående att upptäcka vad en elev faktiskt förstått av ett kulturellt redskap. Alice i undersökningen kan använda sig av algoritmen utan märkbar kunskap om vad som skiljer tiotal från ental. Istället tänker hon på siffrorna som ”första siffran” och andra siffran”. Denna relativt låga nivå av appropriering hindrar dock inte Alice från att kunna producera korrekta svar på uppgifterna i hennes läromedel.

Att elever använder sig av algoritmer som Alice är dock enligt Löwing (2008) inte att föredra. Hon menar att algoritmer bör användas i skolan just för att öka elevernas förmåga till taluppfattning, inte som substitut för miniräknare (för att snabbt kunna räkna ut tal). För att algoritmer ska kunna användas i syftet att öka elevers taluppfattning krävs dock att eleverna lär sig varför algoritmerna fungerar och mekanismerna bakom dem.

Det kulturella redskapet additionsalgoritmen har växt fram genom århundraden av matematiska behovskulturer. Idag tolkas och medieras redskapet genom läromedel och genom lärare på skolor i Sverige. Det skall approprieras av eleverna klassen. Själva algoritmen, schemat för den procedur man utför när man räknar ett tal i en uppställning kan ses som den materiella formen av redskapet. Men redskapet algoritmen har också inneboende funktioner, som exempelvis positionssystemet, och som gör att den fungerar. Dessa behöver man dock inte vara bekant med för att kunna använda sig av redskapet algoritm. Algoritmen kan utifrån ett sociokulturellt perspektiv ses som ett robust teckensystem som erbjuder möjligheter till användning på flera olika nivåer. Elever med relativt låg nivå av förståelse för redskapet kan fortfarande använda sig av det. Det tycks av den anledningen vara viktigt att för att förstå hur långt en elev kommit i sin förståelse av ett matematiskt fenomen föra ett samtal med eleven i fråga för att undersöka hur eleven tänkt när hen arbetat och hur det kommer sig att eleven gjort som den gjort. Det räcker alltså inte med att se på resultaten eleven åstadkommit i exempelvis ett läromedel, då detta ofta inte avslöjar hur långt eleven kommit i den grundläggande förståelsen för ett matematiskt fenomen. På så sätt skulle eventuellt en djupare förståelse för grundläggande matematik kunna uppnås hos eleverna.

8. Diskussion - Varför använda sig av sociokulturell teori i matematikundervisning?

Idag talas ofta om sociokulturella teorier kopplat till matematikundervisning. Detta sker dock ofta på en relativt ytlig nivå utan närmare beskrivningar av hur de kan kopplas till undervisning i praktiken. För att kunna applicera det sociokulturella perspektivet på ett konkret sätt i undervisningen krävs djupare förståelse för Vygotskijs teorier kring lärande. Ett av de mest centrala begreppen i dessa teorier är *kulturella redskap*. Genom att använda begreppet kulturellt redskap, se matematiska termer och begrepp som kulturella redskap och tänka på lärande som appropriering av kulturella redskap kan vi använda oss av Vygotskijs teorier på ett handfast sätt. Och genom att ha begreppet mediering i åtanke kan lärare fokusera på vad som faktiskt förmedlas i deras undervisning. Det skulle vara intressant att studera mediering av algoritmer närmare, i en annan uppsats.

När idag många elever har problem med en tillräckligt fördjupad kunskap av matematiska begrepp kan medieringsteorin kan vara ett användbart redskap för lärare och andra pedagoger. Genom att se matematiska begrepp som kulturella redskap utifrån Vygotskijs sociokulturella lärandeteori kan lärare fokusera på hur långt eleverna kommit i sitt bemästrande av redskapet och utforma medieringen i undervisningen utifrån det. Genom att se sambandet mellan det som medieras i undervisningen och det som approprieras av eleverna skulle lärare kunna fokusera på att explicit mediera den djupare förståelse för matematiska begrepp som de vill att eleverna ska få med sig.

De sociokulturella teorierna är idag etablerade inom det matematikdidaktiska fältet. Men för att de ska kunna användas för att förbättra skolundervisning (vilket bör ses som ett huvudsakligt mål) är det nödvändigt med ökad kunskap kring hur teorier om lärande kan appliceras i praktiken. Det är i den konkreta och praktiska kontexten vi måste kunna förstå pedagogiska teorier för att faktiskt kunna dra nytta av dem i undervisningen.

Referenser

Litteratur

Ahlberg, Ann (2011). Communicating mathematics in primary school. I: Emanuelsson, Jonas (red.) (2011). *Voices on learning and instruction in mathematics*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet

Ahrne, Göran & Svensson, Peter (2015). Att designa ett kvalitativt forskningsprojekt. I: Ahrne, Göran & Svensson, Peter (2015). *Handbok i kvalitativa metoder*. 2., [utök. och aktualiserade] uppl. Stockholm: Liber

Brandell, Gerd & Pettersson, Astrid (red.) (2011). *Matematikundervisning: vetenskapliga perspektiv*. Stockholm: Stockholms universitets förlag

Burgess, Robert G. (1991). *In the field: an introduction to field research*. London: Routledge

Eriksson, Inger (2012). Inledning. I: Kinard, James T. & Kozulin, Alex (2012). *Undervisning för fördjupat matematiskt tänkande*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

Kilborn, Wiggo (1979). *PUMP-projektet: bakgrund och erfarenheter*. Stockholm: LiberLäromedel/Utbildningsförl.

Kilborn, Wiggo (1989). *Didaktisk ämnesteori i matematik. D. 1, Grundläggande aritmetik*. 1. uppl. Stockholm: Utbildningsförl.

Kilborn, Wiggo (2011). On curricula and the teaching process. I: Emanuelsson, Jonas (red.) (2011). *Voices on learning and instruction in mathematics*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet

Kilpatrick, Jeremy, Swafford, Jane & Findell, Bradford (red.) (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academy Press

Kinard, James T. & Kozulin, Alex (2012). *Undervisning för fördjupat matematiskt tänkande*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

Löwing, Madeleine (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

Loewenberg Ball, D, Ferrine-Mundu, J., Kilpatrick, J, Milgram, R.J, Schmid, W & Schaar, R. (2005) Reaching for Common Grpund in K-12 Mathematics Education. Hämtades 2016-04-10 på https://education.ti.com/sites/US/downloads/pdf/K12_mathed_panel_June_2005_1.pdf

McIntosh, Alistair (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. 1. uppl. Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet

Olsson, Ingrid & Forsbäck, Margareta (2009). *Eldorado: matte. 2B, Lärarbok*. 1. uppl. Stockholm: Natur & kultur

Skolverket (2011) Kursplan i matematik för grundskolan
Hämtades 2016-03-08 på http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D2643

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma

Säljö, Roger (2010). Den lärande människan – teoretiska traditioner. I: Lundgren, Ulf P., Säljö, Roger & Liberg, Caroline (red.) (2010). *Lärande, skola, bildning: [grundbok för lärare]*. 1. utg. Stockholm: Natur & kultur

Wertsch, James V. (2007). Mediation. I: Daniels, Harry, Cole, Michael & Wertsch, James V (red.) (2007). *The Cambridge companion to Vygotsky*. Cambridge: Cambridge University Press

Wertsch, James V. & Kazak, Sibel (2011): Saying more than you know in instructional settings. I: Koschmann, Timothy. (2011). *Theories of Learning and Studies of Instructional Practice [Elektronisk resurs]*. New York, NY: Springer New York

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
Hämtades 2016-02-28 på http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf

Bilder

Kilborn, Wiggo (1989). *Didaktisk ämnesteori i matematik. D. 1, Grundläggande aritmetik*. 1. uppl. Stockholm: Utbildningsförl.

Olsson, Ingrid & Forsbäck, Margareta (2009). *Eldorado: matte. 2B, Lärarbok*. 1. uppl. Stockholm: Natur & kultur

Bilaga 1: Utdrag från klassrummet

Utdrag 1: 160309

Magnus:	Hörni, jag ska repetera hur en uppställning fungerar. Hur uppställningar fungerar. Ni ska på sidan sextio jobba med uppställningar på det här sättet. Det är tre stycken matkassar. I de här matkassarna finns det fyra stycken matvaror. Ägg, å makaroner, å bröd och sådär. De där matvarorna kostar ju saker. Det första ni ska göra, efter att jag har pratat klart. Det är att ringa in den som ni tror är billigast. Vilken matkasse ni tror är billigast. Ni ringar in den.
En elev:	Ska vi tro?
Magnus:	Ni ska uppskatta som det heter. Ni ska gissa. Göra en hypotes.
En elev:	Sen ska man skriva här nere vilken som är billigast.
Magnus:	Sen, sen ska ni sätta in dom här talen i uppställningen. Vi gör den första tillsammans. Då får ni en gratis.

Utdrag 2: 160309

		2	
		1	6
		4	3
		2	2
	+	1	7
		1	0

Sara:	Har du lagt ihop alla dom här (pekar på talen)?
Ville:	Mm…
Sara:	Men blev det ett då, det här, tillsammans?
Ville:	Nä, 10.
Sara:	Allt det här?
Ville:	Ja
Sara:	Ahaa, ok…

Utdrag 3: 160309

Sara:	Men ska vi kolla på den här tillsammans?
Ville:	Den är billigast!
Sara:	Vad sa du?
Ville:	Den är billigast!
Sara:	Men ska vi kolla på den här, för jag tror kanske inte att det är helt rätt, nu.
Sara:	För att, hmm, om du tittar här. Sex plus tre. Vad blir de?
Ville:	Nio
Sara:	Plus två
Alice:	Nittioåtta!
Ville:	Elva
Sara:	Ja, plus sju?
Ville:	Ja vet inte. Nåt. Tjugo.
Alice:	De blir nittioåtta!
Sara:	Vänta vad sa du? Elva plus sju.
Ville:	Elva plus sju. Ehm nitton.

Sara: Njaa… Då ska vi se. Ett plus sju, vad är det?
Ville: Åtta
Sara: Åtta, just det. Å sen så var det då elva.
Alice: Amen det där e nittioåtta.
Sara: Är du färdig nu tycker du?
Ville: Den är billigast.
Sara: Men vill du inte förstå hur du ska göra den här, istället för att bara skriva rätt därnere? Det står ju kanske ändå inte rätt här, här uppe liksom.

Utdrag 4: 160309

	1		
	1	2	
	4	9	
	2	1	
+	1	7	
	9	9	

Alice: Var de rätt (till Sara)(Pekar)?
Sara: Ska vi kolla om det är rätt?
Sara: Vad hade vi här?
Alice: Två.
Sara: Mm.
Alice: Nio.
Sara: Vad blir det?
Alice: Tolv?
Sara: Blir det det? Nio… plus två
Sara: Du kan ju kolla på dina fingrar också
Alice: Elva
Sara: Mm, elva… (pekar på nästa siffra, en etta)
Alice: Tolv
Sara: Ja (pekar på nästa, en sjua)
Sara: Nitton
Sara: Och hur gjorde du då?
Alice: Nitton, å så en där(pekar på ettan högst upp i tiotalskolumnen).
Sara: Och varför satte du den där?
Alice: För man ska det.
Sara: För man ska det? Okej men hur kommer det sig att man ska sätta ettan där då?
Alice: För att… om det blir mer än tio ska man sätta, så ska man sätta första siffran där (pekar högst upp i tiotalskolumnen).
Sara: Okej, och hur mycket representerar den där ettan då?
Alice: Den… ett. Alltså ett
Sara: Ett… Men vilken typ av tal har vi i den här kolumnen? (Pekar på tiotalskolumnen)
Alice: I hela den här?
Sara: Mm.
Sara: Men alltså, är det här ental (Pekar på entalskolumnen)?
Alice: Ja, och det här är tiotal (pekar på tiotalskolumnen)
Sara: Så hur mycket är varje sån här etta? I den här (pekar på tiotalskolumnen)?
Alice: Tio…
Sara: Tio! Just det.
Sara: Så det här är egentligen tio eller hur. Och den här tvåan, hur mycket representerar det?
Alice: Tjugo.

Sara: Just det och den här fyran?

Alice: Fyrtio

Sara: Ja, just det. Precis!

Alice: Så är det här fyrtio (pekar på nian längst ned)?

Sara: Ehm, nää... alltså…

Ville: Det här är nittionio

Sara: Just det alltså, det här representerar ju nittio…, den här nian. Nittio… Det står ju nittionio här. Nästan hundra, det är ju jättemycket.

Alice: Nittionio.

Utdrag 5: 160309

Ville: Vad blir sju plus sju (till Sara)?

Sara: Ja, hur brukar du göra när du räknar ut sånt?

Ville: Jag vet inte jag har aldrig tänkt på det.

Sara: Brukar du tänka tio-kompisar?

Ville: Nä…

Sara: Sju, hur mycket saknas för tio?

Ville: Tre

Sara: Tre? Okej tre, då har vi tagit tre från sju. Hur mycket ska vi lägga till då?

Utdrag 6: 160309

		2		
		2	8	
		1	7	
	+	1	6	
		6	1	

Sara: Ville ska vi kolla på det här då?. Åtta, plus sju plus sex. Ja men det blev ju tjugoett. Å då satte du tvåan där (pekar på tvåan högst upp i tiotalskolumnen). Och hur kommer det sig att du satte tvåan där?

Ville: För att den ska va där.

Sara: För att den ska va där. Hur kommer det sig att den ska va där då?

Ville: För att dom är mer (pekar på tiotalskolumnen).

Sara: Ja… Men… hur kommer det sig att tvåan ska vara här över (pekar på tvåan högst upp i tiotalskolumnen)? Vi kan snacka om det som vi snackade om med Alice också.

Sara: Vad är det här för tal i den här kolumnen? (Pekar på en etta i tiotalskolumnen)

Ville: Men tvåan ska vara där (Pekar där uppe i tiotalskolumnen) Och ettan ska vara där?

Sara: Ja, men varför?

Ville: Men jag vet inte! Magnus har gjort så!

Sara: Okej. Magnus har gjort så. Hmm (pekar på entalskolumnen). Här är entalen. Eller hur?

Ville: Ja

Sara: Och här i den här andra kolumnen. Är det ental eller vad är det för tal? Kanske tiotal? Eller hundratal?

Ville: Em, tiotal.

Sara: Mm, du känner igen det? Ok så hur mycket representerar den här tvåan som är i tiotalskolumnen?

Ville:	Den är tjugo, och det är fyrtio(pekar på andra tvåan i tiotalskolumnen), tillsammans.
Sara:	Mm.
Ville:	Och sextio. Fyra, fem, sex.
Sara:	Mm.

Utdrag 7: 160311

Magnus:	Uppställningar, då gör man det ju enkelt för sig. Och istället för att ställa dem bredvid varandra så ställer man dem under varandra. Man skriver tjugotre överst, sen skriver man femtioett under. Viktigt nu, kolla framåt allihopa, att entalen står under varandra, Majken var med här nu snälla, och tiotalen står under varandra. Sen lägger man ihop det. Tre plus ett vad blir det?(Pekar på en elev.)
En elev:	Tre plus ett blir fyra
Magnus:	Tre plus ett blir fyra. Två plus fem, vad blir det? (pekar på en elev.)
En elev:	Sju
Magnus:	Sju ja. Och då får man svaret härnere. Och då kan vi skriva här uppe (pekar på ”23+51=” på tavlan). Då vet man att tjugotre plus femtioett blir sjuttiofyra (skriver 74 efter lika-med-tecknet). Pannkaksenkelt. Då tar vi nästa. Det här var utan minnessiffra. Om man ska ta ett tal som man får minnessiffra då. Då tar vi, trettiofem, tar vi, plus fyrtioåtta, tar vi. Sen kan man ha tre eller fyra tal att plussa ihop också men vi tar två nu, för det går snabbare. Precis samma sak, istället för att skriva bredvid varandra skriver man talen under varandra. Trettiofem (skriver ”35” på tavlan), och fyrtioåtta (skriver ”48” under ”35” på tavlan). Entalen under entalen och tiotalen under tiotalen. Om det hamnar snett så blir det jätteknasigt. Robin! Man drar ett streck, fast ni har nog streck i era böcker redan (drar ett streck och skriver ”+” till vänster om fyran i ”48”). Sen räknar vi ihop. Fem plus åtta. Det är ett plustecken där. Hur kan man tänka nu? När jag har ett tal som jag inte riktigt kan, såhär snabbt. Hur kan man tänka då? Felicia?
En elev:	Plussa ihop tiotalen, och entalen
Magnus:	Man ska plussa ihop entalen först ja. Men hur ska man göra med entalen om man inte kan det sådär snabbt? Tova?
En elev:	Hmm…
Magnus:	Jag tror att alla här inne kan vad fem plus fem är.
En elev:	Tio!
Magnus:	Hur ska man göra då när det istället är fem plus åtta?
En elev:	Tre till.
Magnus:	Tre till ja, vad blir det då?
En elev:	Tretton
Magnus:	Tretton istället ja. Tretton ser ut såhär. Då skriver jag det här uppe (skriver ”13” på tavlan). Det är ett tiotal och ett ental. Var sätter man tiotalet? Ville, var sätter man tiotalet någonstans, ettan?

Utdrag 8: 160311

	1			
	1	2		
	5	5		
+	1	3		
	8	0		

Sara: Vet du varför du sätter upp ettan, där uppe?
Petter: Ja, för om man sätter den där nere, då blir det ju över hundra. Och för att tio. Om man sätter tio här och räknar ihop de också. Då blir det ju jätteknasigt.
Sara: Jaha, då blir det jätteknasigt. Men alltså. Det här blir tio. Och då sätter du nollan där (Pekar på nollan) och ettan där (pekar på ettan). Men vet du varför du satte ettan där?
Petter: För att alla dom här är tiotal och man ska räkna ut alla tiotal tillsammans.
Sara: Ja okej okej. Men okej. Hur mycket representerar den här liksom (pekar på ettan)?
Petter: Tio
Sara: Och den femman(pekar på femman i tiotalskolumnen)?
Petter: Femtio.
Sara: Okej okej. Mm.

Utdrag 9: 160311

Sara: Okej ska vi köra nästa.
Tor: Okej.
Sara: Ja vi tar den som du redan börjat på.

	3	6	
	2	3	
	1	4	
+		**5**	
	2	3	

Tor: Sex, tre, fyra
Sara: Jag ska skriva också.
Tor: Tjugotre (skriver ”23” längs ned)
Sara: Sex, tre, fyra, fem…
Sara: Men nu har du… Har du gissat nu?